



2025 | **16-20**
GIJÓN | JUNIO

9º CONGRESO **FORESTAL** ESPAÑOL

9CFE-1314

Actas del Noveno Congreso Forestal Español
Edita: **Sociedad Española de Ciencias Forestales. 2025.**
ISBN: **978-84-941695-7-1**

Organiza





Optimización estocástica de dos etapas para la programación de claras en pinares mediterráneos bajo riesgo de daño por incendios

ACUNA, M. (1), VARO-MARTÍNEZ, MA. (2), LERMA-ARCE, V. (3), PALACIOS-RODRÍGUEZ, G. (2), NAVARRO-CERRILLO, R. (2)

(1) Instituto de Recursos Naturales de Finlandia (Luke)

(2) Universidad de Córdoba. E.T.S.I.A.M. Dpto. Ingeniería Forestal.

(3) Universidad Politécnica de Valencia, Instituto de Tecnologías de la Información y Comunicación

Resumen

La planificación forestal en pinares mediterráneos debe equilibrar los beneficios económicos de las claras comerciales con los riesgos asociados a la extinción de incendios. Este estudio utiliza programación estocástica (PE) de dos etapas para optimizar un programa de claras en un área de 45,000 ha durante un horizonte de 10 años (Plan Especial). El enfoque busca maximizar el Valor Presente Neto (VPN) al integrar los ingresos provenientes de la biomasa, la venta de madera, y los créditos de carbono, minimizando el riesgo de incendios expresado a través del índice de dificultad de extinción. Los resultados destacan que las claras y el suministro de madera están altamente influenciados por los precios del carbono y el riesgo de incendios. La optimización del programa de claras prioriza las intervenciones en los primeros y últimos años del Plan Especial, y una disminución en los años intermedios. La demanda de madera condiciona la programación de las claras a medida que aumenta el riesgo de incendios, pero disminuye hacia el final del horizonte de planificación. El estudio subraya la importancia de la programación estocástica para capturar la incertidumbre asociada al riesgo de incendios. El bajo Valor Esperado de la Información Perfecta (EVPI) y el alto Valor de la Solución Estocástica (VSS) evidencian que, aunque conocer el riesgo exacto de los incendios no aportaría significativamente al rendimiento del modelo, considerar la incertidumbre asociado a este riesgo mejora notablemente la planificación selvícola. Esto supone que una selvicultura adaptativa, que integre herramientas de optimización y planificación estratégica es esencial para maximizar el suministro sostenible de madera y la capacidad de secuestro de C, y minimizar los riesgos asociados a los incendios forestales.

Palabras clave

Optimización estocástica, programación de claras, selvicultura adaptativa, planificación bajo incertidumbre, manejo de riesgos.

1. Introducción

Los ecosistemas forestales contribuyen de forma muy significativa a mitigar los efectos del cambio climático, ya que el carbono (C) que retiene en la fitomasa representa la segunda reserva más importante (42%) de la cantidad total (LORENZ & and RATTANR, 2010). En España, esto significa que alrededor del 19% de las emisiones totales de CO₂ son fijadas por los bosques (MONTERO et al., 2011). La selvicultura permite optimizar la capacidad de secuestro de los sistemas forestales, al aumentar el crecimiento de las masas, mejorar el estado sanitario y optimizar la productividad forestal (RUIZ-PEINADO et al., 2017). En ese sentido, se han realizado importantes avances en la estimación y cartografía de la biomasa para el



cálculo de C forestal en grandes superficies (NAVARRETE-POYATOS et al., 2019). Así, los avances en las técnicas de teledetección y la integración de datos LiDAR aporta una nueva perspectiva a los inventarios de C al proporcionar directamente información tridimensional sobre las áreas sujetas a gestión forestal (NAVARRO-CERRILLO et al., 2018).

Entre los años 1960 y 1970, se realizaron importantes plantaciones forestales en el sur de España, principalmente con fines de protección del suelo. En particular, en la Sierra de Los Filabres (Almería), estas plantaciones involucran diferentes especies entre las que destacan, por su extensión, *Pinus halepensis* Mill., *Pinus pinaster* Aiton., *Pinus nigra* Arnold., y *Pinus sylvestris* L. Estas plantaciones dieron lugar a bosques de gran homogeneidad, pero también de notable interés forestal y restaurador. Los montes incluidos en estas áreas forestales están sujetos a proyectos de ordenación o planes de gestión orientados a conservar el buen estado de las masas y, en la medida de lo posible, a compatibilizar los usos públicos y de conservación con la generación de beneficios directos que compensen los gastos de la silvicultura o generen rentas directas para la propiedad, en muchos casos municipal. Sin embargo, uno de los principales riesgos para la estabilidad de estas masas son los incendios forestales (MORENO et al., 2021). Los incendios forestales representan una de las perturbaciones recurrentes más importantes en este tipo de sistemas forestales, aumentando su frecuencia, intensidad y severidad durante las últimas décadas (DE RIGO et al., 2017), lo cual se ha visto agravado por el cambio climático (MORENO et al., 2021). En ese sentido, la planificación selvícola debe integrar el riesgo de incendios, tanto a través de las labores de prevención y extinción, como en el diseño y planificación de la silvicultura, siendo un tema clave en las políticas forestales en el Mediterráneo (TEDIM et al., 2015).

En esta situación, existen muy pocos estudios que analicen la optimización de la silvicultura para maximizar el VPN producto de intervenciones, la capacidad de secuestro de C y minimizar el riesgo de incendios. Este problema se puede resolver por medio de técnicas de programación estocástica (PE). La PE es una técnica avanzada de optimización que incorpora elementos probabilísticos para modelar posibles resultados futuros. Esto permite a los responsables de la toma de decisiones planificar la variabilidad y adaptar sus estrategias a medida que se desarrollan las incertidumbres (BIRGE & LOUVEAUX, 2011). Generalmente, la PE opera con un marco de decisiones en dos etapas. En la primera etapa, se toman decisiones antes de que se revelen las incertidumbres, basándose en la información disponible. Una vez observados los resultados inciertos, se realizan las decisiones de segunda etapa, o acciones de recurso, para ajustar y optimizar el plan inicial. Esta estructura permite que la PE maneje de manera efectiva tanto las incertidumbres inmediatas como las futuras (SHAPIRO et al., 2009). Una característica distintiva de la PE es su capacidad para modelar la incertidumbre mediante escenarios, cada uno asignado a una probabilidad que refleja su probabilidad de ocurrencia, lo cual garantiza soluciones robustas y flexibles (WALLACE & ZIEMBA, 2005).

La versatilidad de la PE la convierte en una herramienta valiosa en el ámbito forestal, y puede ayudar a resolver problemas complejos como: 1) la conservación



y explotación sostenible de bosques por medio de modelos que equilibran el uso sostenible del recurso y la conservación de la biodiversidad bajo riesgos inciertos, como plagas o incendios (KAIKKONEN et al., 2016), 2) la reducción del riesgo de incendios, optimizando la asignación de recursos para la prevención y supresión de incendios forestales, incorporando incertidumbres sobre la ubicación y la severidad de los eventos (WEI & RIDEOUT, 2014), 3) la planificación del aprovechamiento, proporcionando programas óptimos de corta que maximizan el rendimiento económico mientras minimizan riesgos climáticos y ecológicos (KANGAS et al., 2015), o 4) la restauración de sistemas forestales por medio de modelos que consideran incertidumbres climáticas y la respuesta de los ecosistemas para decidir qué áreas restaurar y qué especies plantar (GUN et al., 2011).

2. Objetivos

El objetivo general de este estudio fue utilizar técnicas de programación estocástica (PE) para la planificación selvícola de grandes superficies de pinares de repoblación para optimizar su aprovechamiento, proporcionando un programa óptimo de claras que maximice el valor presente neto (VPN) y la capacidad de secuestro de C bajo el riesgo de incendios. Los objetivos específicos fueron los siguientes: (i) recopilar y procesar los datos de inventarios forestales disponibles en la zona para crear una base de datos actualizada mediante la aplicación de modelos/ecuaciones de crecimiento; (ii) estimar el C secuestrado en las masas existentes y asociarlos un valor de riesgo de incendios; y (iii) aplicar técnicas de programación estocástica (PE) para optimizar la planificación de claras, maximizando el VPN y captura de C bajo el riesgo de incendios. Los resultados se discuten en el contexto de la gestión forestal adaptativa basada en la evaluación de las reservas de carbono de los bosques y los programas de reducción de emisiones.

3. Metodología

3.1 Optimización estocástica de dos etapas y resolución mediante el algoritmo Progressive Hedging

La PE programación estocástica de dos etapas es una técnica matemática utilizada para tomar decisiones óptimas en condiciones de incertidumbre. Es ampliamente aplicada en situaciones donde las decisiones deben tomarse en dos etapas: 1) En la primera etapa se toman decisiones antes de que la incertidumbre es revelada. Estas decisiones proactivas y se basan en datos disponibles y en las probabilidades de futuros resultados. 2) En la segunda etapa, las decisiones se toman después de que incertidumbre se ha revelado. Estas decisiones son adaptativas y buscan mitigar riesgos o aprovechar oportunidades según los resultados observados.

El objetivo de la PE programación estocástica de dos etapas es minimizar el costo esperado (o maximizar las ganancias) en todos los escenarios posibles, garantizando la factibilidad y coherencia entre las dos etapas. Así, las variables de la primera etapa representan decisiones iniciales tomadas bajo incertidumbre, mientras que las variables de la segunda etapa representan decisiones específicas de cada escenario una vez que se ha resuelto la incertidumbre. La incertidumbre es representada por parámetros aleatorios (por ejemplo, demanda, precios, clima)



y se modela mediante un conjunto finito de escenarios, cada uno con una probabilidad asociada. A su vez, las restricciones vinculan las decisiones de la primera y segunda etapa, garantizando la factibilidad para todos los escenarios (BIRGE & LOUVEAUX, 2011) .

La formulación matemática del modelo de optimización estocástica de dos etapas puede definirse de la siguiente manera (BIRGEY LOUVEAUX, 2011):

donde:

Función objetivo

$$\min (x, x_s) \{c^T x + E_s[Q(x, \varphi_s)]\}$$

$$x$$

$$c^T x$$

$$Q(x, \varphi_s)$$

$$x$$

$$\varphi_s$$

$$E_s[Q(x, \varphi_s)] = \sum_{s \in S} p_s Q(x, \varphi_s)$$

donde:

S: Conjunto de todos los escenarios.

$$p_s$$

Costo de segunda etapa

$$Q(x, \varphi_s) = (x_s) \{q_s^T x_s \mid T_s x + W_s x_s = h_s, x_s \geq 0\}$$

donde:

$$x_s$$

$$q_s^T x_s$$

$$T_s, W_s, h_s$$

 φ_s Restricciones de la primera etapa

$$Ax = b, \quad x \geq 0$$

donde A y B representan parámetros determinísticos.

Restricciones de la segunda etapa (para el escenario s)

$$T_s x + W_s x_s = h_s, \quad x_s \geq 0$$

Las cuales unen las decisiones de la primera y segunda etapas basadas en cada escenario.

Por su parte, el método Progressive Hedging (PH) es un algoritmo iterativo ampliamente utilizado para resolver problemas de PE programación estocástica de dos etapas y multietapas. Fue propuesto inicialmente por ROCKAFELLAR & WETS (1991) como un enfoque eficiente para descomponer problemas grandes y complejos, dividiendo los escenarios en subproblemas más pequeños que se resuelven de forma independiente.

En los problemas de PE de dos etapas, el objetivo es optimizar las decisiones en la primera etapa (antes de que se revele la incertidumbre) y ajustar estas decisiones en la segunda etapa según los resultados observados en los escenarios futuros. El método PH aprovecha esta estructura dividiendo el problema en subproblemas independientes por escenario y utilizando un esquema de penalización para garantizar la consistencia entre los escenarios.

El método PH presenta varias ventajas y limitaciones. Entre sus beneficios, destaca su capacidad para explotar la estructura paralela de los escenarios, lo que acelera el cómputo en problemas de gran escala. Además, es un enfoque flexible y aplicable a una amplia gama de problemas de dos etapas y multietapas. Sin embargo, su convergencia puede ser lenta en casos donde los escenarios están altamente correlacionados, y el rendimiento del algoritmo depende considerablemente de la elección adecuada del parámetro de penalización (

 ρ

1. Descomposición por Escenario: El problema se descompone en un conjunto de subproblemas, cada uno asociado a un escenario individual. Los subproblemas son más manejables y pueden resolverse en paralelo, lo que reduce significativamente el tiempo de cómputo.



2. Actualización de Decisiones Comunes: En cada iteración, se calcula un promedio ponderado de las decisiones del primer escenario, llamado solución agregada o solución maestra, para garantizar que las decisiones del primer escenario sean consistentes entre los subproblemas. En la jerga de PH, estas se llaman decisiones no anticipativas.

3. Penalización Cuadrática: Se introduce un término de penalización cuadrática que mide las desviaciones de las decisiones del escenario individual respecto a la solución agregada. Este término asegura que las soluciones converjan a una decisión globalmente consistente.

4. Iteraciones: Cada subproblema se resuelve de forma independiente utilizando la penalización actualizada. Se repite el proceso de cálculo de soluciones agregadas y ajustes hasta que las decisiones converjan a una solución consistente y factible.

3.2 Área de estudio

El área de estudio se localiza en la Sierra de los Filabres (Andalucía, Almería, 37°22' N, 2°50' O; alrededor de 45.000 ha entre 750 y 2168 m.s.n.m; Figura 1). La precipitación media anual es de alrededor de 320 mm, mientras que la temperatura mensual oscila entre 7 y 16 °C. Las especies más utilizadas fueron los pinos, entre los que se encuentran *Pinus halepensis*, *P. pinaster*, *P. nigra* y *P. sylvestris*. Dentro de Filabres, nuestro estudio se centró en los bosques propiedad del Servicio Forestal de Andalucía, donde se realizaron la mayoría de los inventarios forestales (Figura 1).

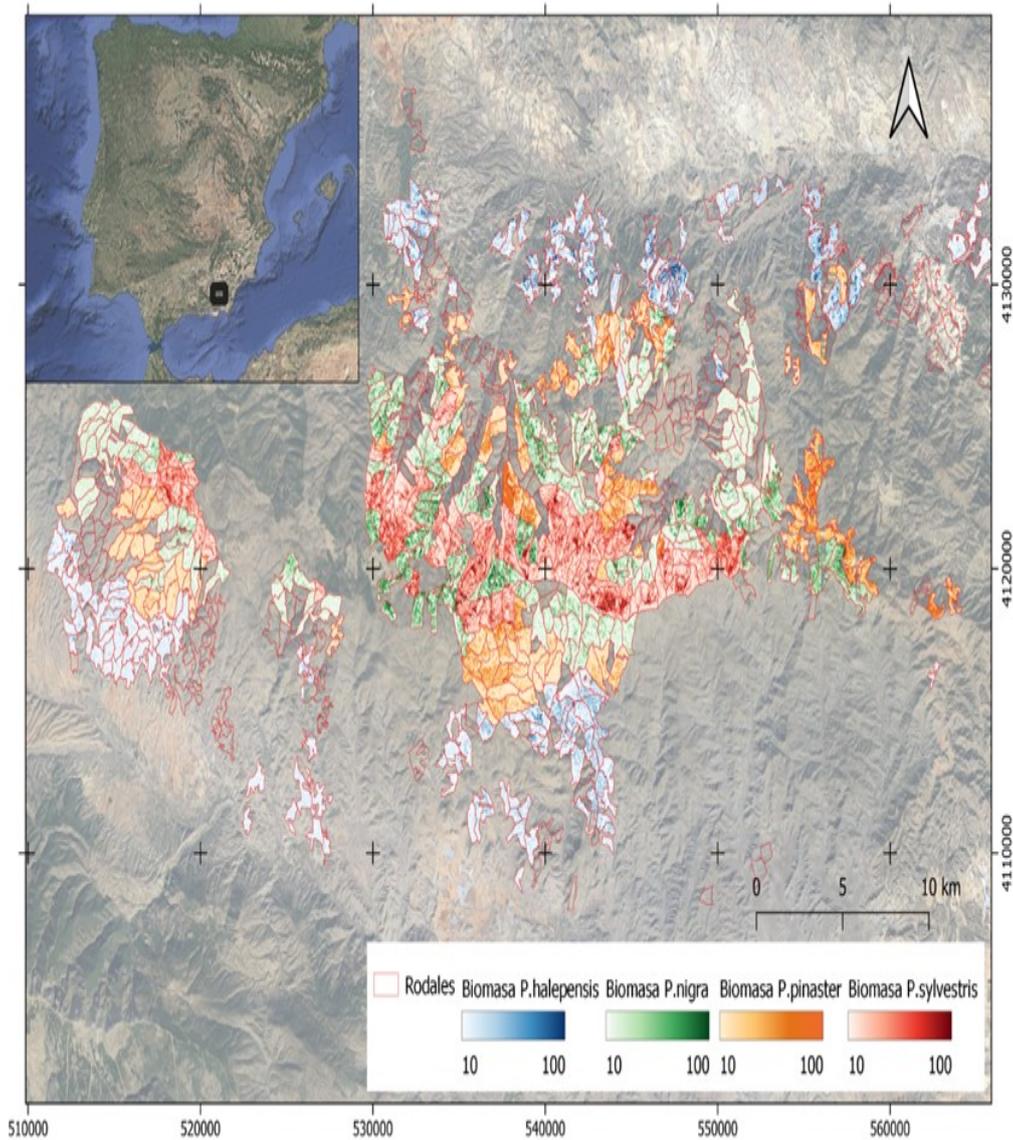


Figura 1. Localización de la zona de estudio en la Sª de los Filabres (Almería).

Los datos dasométricos de la zona de estudio se obtuvieron a partir de 2302 parcelas de inventario medidas en 2007 para *P. halepensis*, *P. pinaster*, *P. nigra* y *P. sylvestris*, respectivamente, radio= 12,6 metros y corrección de pendiente. Los datos se actualizaron a 2020 a partir de las ecuaciones de GUZMÁN-ÁLVAREZ et al. (2013, <http://descargasrediam.cica.es/repo/s/RUR>). Las variables dasométricas fueron generalizadas a toda la superficie a partir de modelos LiDAR-ALS de baja densidad, de la segunda cobertura del proyecto LiDAR-PNOA, que fue volado en el mismo año para el que fueron actualizados los datos de inventario (<https://pnoa.ign.es/web/portal/pnoa-lidar/segunda-cobertura>). Se siguió la metodología reflejada en NAVARRETE-POYATOS et al. (2019), que consistió en un primer filtrado de las nubes de puntos para generar un modelo de superficie (tamaño de celda 2 m), y las métricas ALS fueron calculadas para cada parcela de inventario después de normalizar los datos restando el DTM de las nubes de puntos. Finalmente, se obtuvieron modelos de las variables dasométricas de interés mediante el algoritmo de kNN y cálculo de distancias mediante Random Forests (RF) (LIU et al., 2018). Todos los análisis estadísticos se realizaron con el

software R versión 4.2.1. (R CORE DEVELOPMENT TEAM, 2022), El paquete *usdm* (Naimi et al., 2014), versión 2.1-6, se utilizó para realizar el análisis de multicolinealidad, mientras que la selección de variables y la regresión con *k*-NN se ejecutaron con el paquete *yaImpute*, versión 1.0-34 (CROOKSTON, et al., 2007).

En la Tabla 1 se presenta un resumen de las variables dasométricas calculadas para los rodales de pinar en la Sierra de los Filabres.

Tabla 1. Caracterización dasométrica en el año 2020 de las repoblaciones de pinar en la Sierra de los Filabres. Ho: altura dominante del rodal en m. N: número de pies por hectárea del rodal. dq: diámetro medio cuadrático en centímetros. AB: área basimétrica del rodal en m² x ha. Wt: biomasa del rodal sumando todas las fracciones del arbolado.

Unidad	Estadístico	<i>P. halepensis</i>	<i>P. nigra</i>	<i>P. pinaster</i>	<i>P. sylvestris</i>		
Ho (m)	Media	9,13	9,52	9,63	9,94		
DesvEst	1,04	0,75	0,99		0,61		
N (pies/ha)	Media	528,12	599,43	571,78	645,11		
DesvEst	74,12	81,16	86,30		61,13		
d	q	(cm)	Media	17,17	17,92	18,29	18,96
DesvEst	2,53	1,76	2,23		1,33		
AB (m ²)		/ha)	Media	12,03	15,29	15,21	18,23
DesvEst	3,82	4,32	5,12		3,18		
Wt	(MgC/ha)	Media	21,24	27,49	28,64	32,14	
DesvEst	7,76	9,85	12,32		8,28		

3.3 Descripción del problema de programación de claras bajo incertidumbre y resolución usando el algoritmo PH

El problema consiste en determinar las decisiones óptimas de aclareo para un conjunto de 630 rodales, de manera de maximizar los beneficios económicos y ecológicos. Este proceso implica decidir en qué momento y en qué rodales realizar la clara, teniendo en cuenta la disponibilidad de madera y biomasa, los costos de transporte, y la posible ocurrencia de eventos inciertos como incendios forestales. El objetivo principal es maximizar los ingresos netos provenientes de la venta de madera, biomasa y créditos de carbono, mientras se minimizan los costos operativos y se cumplen restricciones como la demanda de mercado y la sostenibilidad a largo plazo del bosque.

El problema se modela como un PE programa estocástico de dos etapas. En la primera etapa, se toman decisiones de aclareo iniciales que deben ser no anticipativas, es decir, válidas para todos los escenarios de incertidumbre. En la segunda etapa, se ajustan decisiones específicas según el escenario que se materializa. En este caso, la decisión de la segunda etapa incluye cuánto de madera



y biomasa adquirir externamente para satisfacer la demanda, en caso de que la producción interna no sea suficiente debido a eventos como los incendios. Para este análisis, se utilizaron 5 escenarios estocásticos, cada uno con una probabilidad de ocurrencia del 20%. Estos escenarios consideran diferentes proporciones de daño por fuego, que varían desde un 10% en el escenario 1 hasta un 50% en el escenario 5.

Se utilizó el algoritmo PH para resolver este problema estocástico, combinando las decisiones de los escenarios en un proceso iterativo que busca una solución consistente. A través de penalizaciones y ajustes progresivos, el algoritmo garantiza que las decisiones iniciales se ajusten para equilibrar los costos y beneficios en todos los escenarios. Este enfoque facilita la gestión adaptativa del bosque, optimizando los resultados económicos mientras se manejan las incertidumbres inherentes a los sistemas forestales.

Tres tratamientos de clara se definieron a partir de parcelas permanentes de tratamientos selvícolas (NAVARRO-CERRILLO et al., 2019, 2023): C (testigo o sin clara, 0% del área basimétrica); MT (clara moderada: 30% del área basimétrica), y HT (clara fuerte: 50% del área basimétrica). La intensidad de la clara se asignó a cada rodal en función del estado selvícola actual y de los objetivos de gestión previstos en la ordenación lo que resultó en una planificación selvícola de referencia para cada rodal a lo largo del Plan Especial.

3.4 Formulación matemática del problema de programación de claras bajo incertidumbre resuelto con el algoritmo PH

A continuación, se detalla la formulación del modelo de programación de claras bajo incertidumbre a resolver con el algoritmo PH. La Tabla 2 presenta el set de conjuntos, parámetros, y variables del modelo.

Función Objetivo

$$\text{Maximizar } Z = Z_{\text{primera-etapa}} + Z_{\text{segunda-etapa}} - Z_{\text{penalidad}}$$

donde,

$$Z_{\text{primera-etapa}}(X) = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \Delta_t \cdot X_{i,t} \cdot \text{CFC}_i$$

$$\begin{aligned} Z_{\text{segunda-etapa}}(X, S) &= \sum_{s \in S} p(s) \cdot \sum_{t \in T} \Delta_t \left(\sum_{i \in I} \text{SLD}_{i,t,s} \cdot \text{PM} + \sum_{i \in I} \text{BD}_{i,t,s} \cdot \text{PB} + \sum_{i \in I} \text{CStock}_{i,t,s} \cdot \text{PC} \right) \\ &- \sum_{t \in T} \Delta_t \left(\sum_{i \in I} (\text{SLD}_{i,t,s} \cdot \text{CVC}) + \sum_{i \in I} (\text{SLD}_{i,t,s} \cdot \text{CTr} \cdot \text{DDM}_i) + \sum_{i \in I} (\text{BD}_{i,t,s} \cdot \text{CTr} \cdot \text{DDB}_i) + \text{ExtraM}_t \cdot \text{CSM} \right. \\ &\left. + \text{ExtraB}_t \cdot \text{CSB} \right) \end{aligned}$$

$$Z_{\text{penalidad}} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} \rho (X_{i,t,s} - \widehat{X}_{i,t})^2$$

Restricciones

Disponibilidad de madera y biomasa en los rodales

$$MCos_{i,t,s} \leq X_{i,t,s} \cdot (1 - \alpha_{i,s}) \cdot Disp_M_{i,t}$$

$$BCos_{i,t,s} \leq X_{i,t,s} \cdot (1 - \alpha_{i,s}) \cdot Disp_M_{i,t}$$

Demanda de madera y biomasa

$$Flujo_M_t + ExtraM_t \geq DemM_t \quad \forall t \in T$$

$$Flujo_B_t + ExtraB_t \geq DemB_t \quad \forall t \in T$$

Flujo de madera y biomasa en cada periodo

$$Flujo_M_t = \sum_{i \in I} MCos_{i,t,s} \quad \forall t \in T$$

$$Flujo_B_t = \sum_{i \in I} BCos_{i,t,s} \quad \forall t \in T$$

Cada rodal se clarea una vez durante el Plan Especial

$$\sum_{t \in T} X_{i,t,s} = 1 \quad \forall i \in I, s \in S$$

Restricciones de no-anticipatividad

$$X_{i,t,s} = \widehat{X}_{i,t}, \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S$$

El algoritmo PH utilizado para resolver el problema de programación de claras bajo incertidumbre es una técnica iterativa para resolver problemas de PEprogramación estocástica. Se enfoca en descomponer el problema global en subproblemas más pequeños, uno por cada escenario, y coordinar las soluciones para garantizar decisiones consistentes en la primera etapa. Para más detalles de esta técnica de solución, consultar el artículo de ROCKAFELLAR & ockafellar y WETSets (1991).

El PE problema estocástico de dos etapas resuelto con PH fue implementado en Python usando las librerías mpi-sppy y pyomo (ambas de libre acceso), y el solver Gurobi, des disponibilidad gratis para académicos. El modelo se corrió en un ordenador equipado con procesador Intel® Core™ i9-13900HX, 2.60 GHz, (24 cores) y 32 Mb de memoria RAM. Para la resolución de los subproblemas del algoritmo



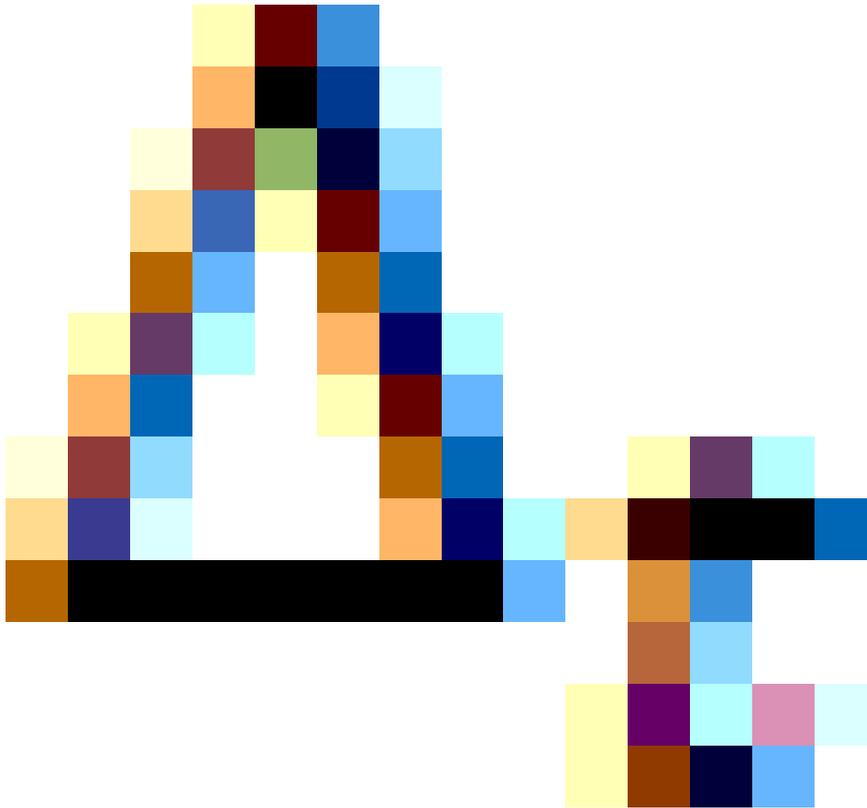
PH, se utilizaron 4 cores.

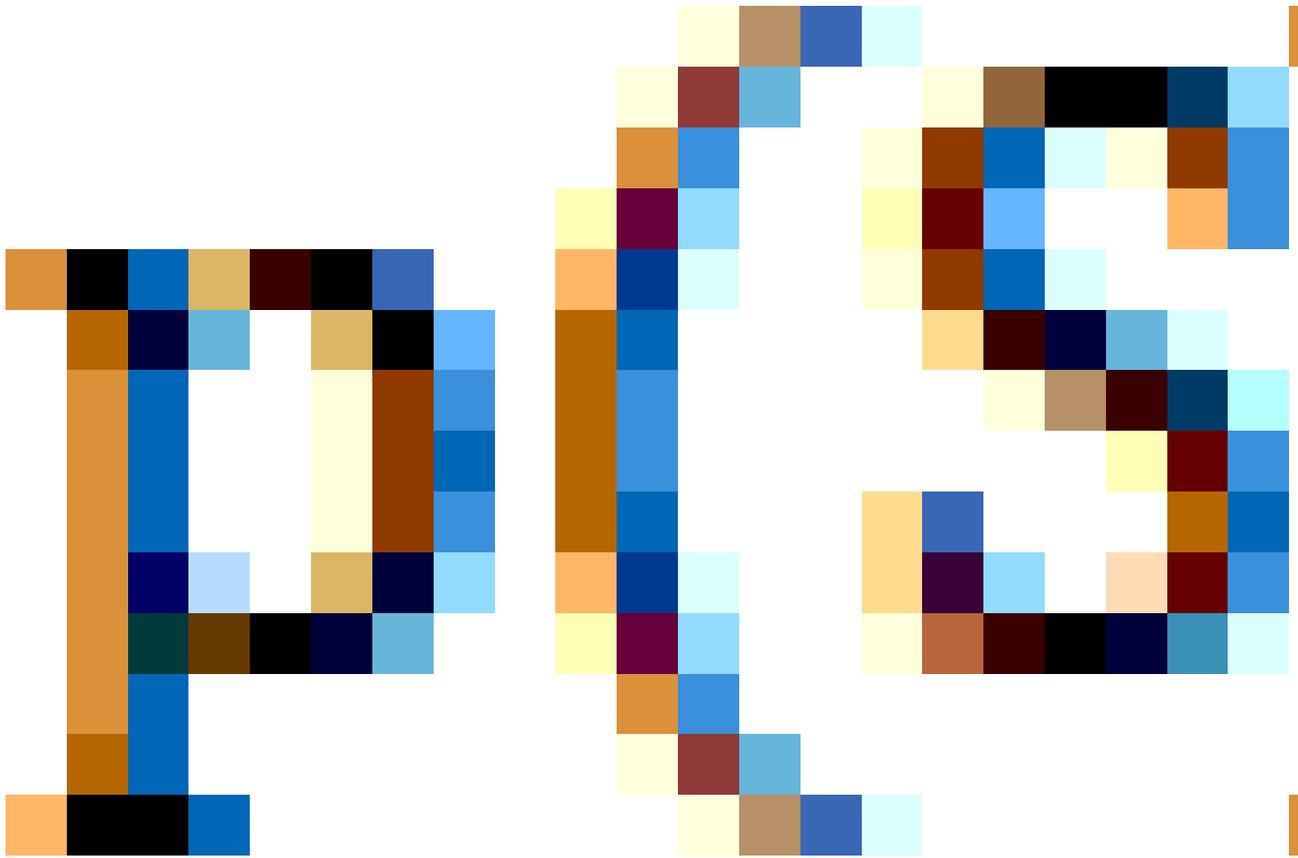
3.5 Métricas del modelo de programación estocástico de dos etapas

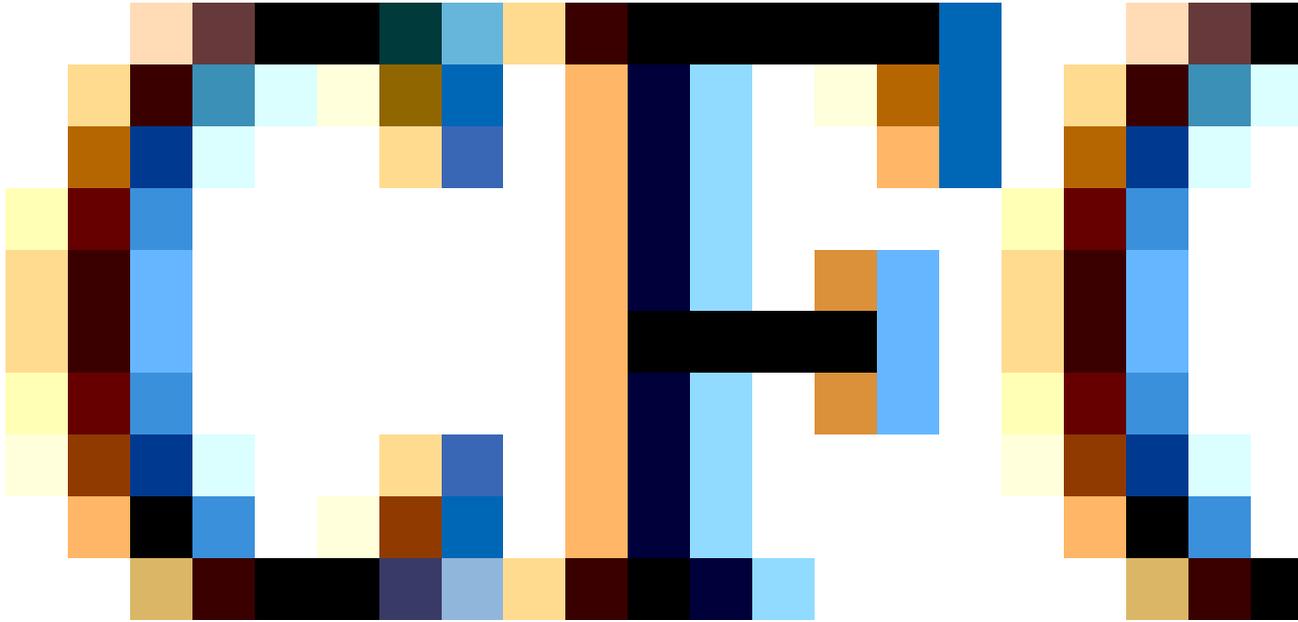
En la PE de dos etapas, se utilizan varios indicadores o métricas para evaluar el rendimiento de las soluciones. Estas métricas permiten analizar el valor de considerar la incertidumbre, el desempeño de las soluciones determinísticas y la calidad de las soluciones estocásticas (BIRGE & LOUVEAUX, 2011). La Tabla 3 presenta las métricas clave, la definición o fórmula para el cálculo y una descripción de su significado.

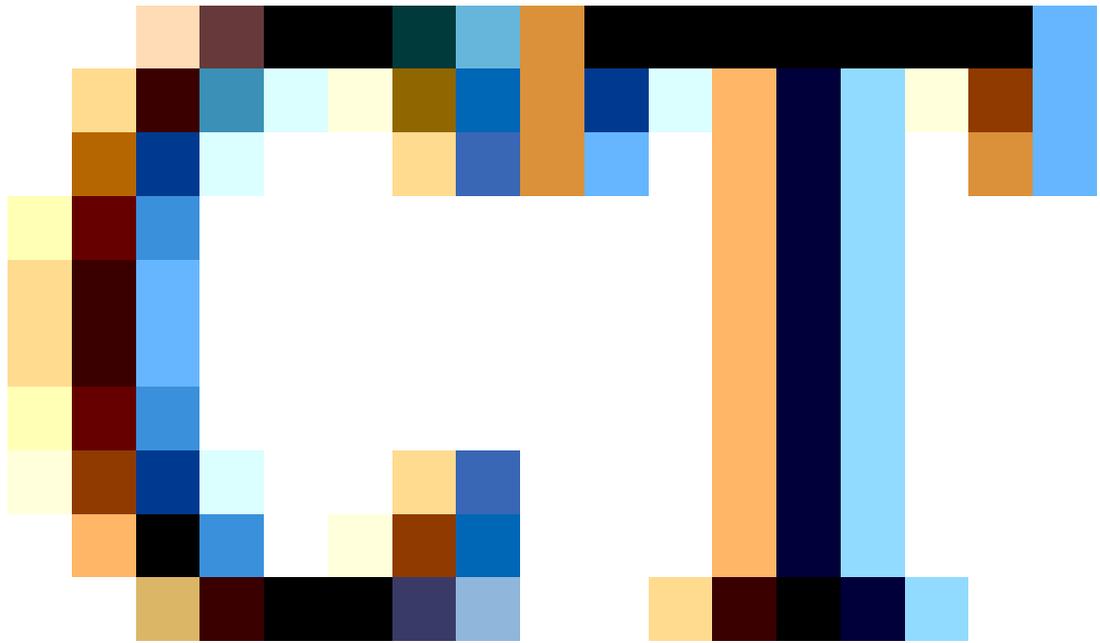
Tabla 2. Conjuntos, parámetros y variables del modelo estocástico.

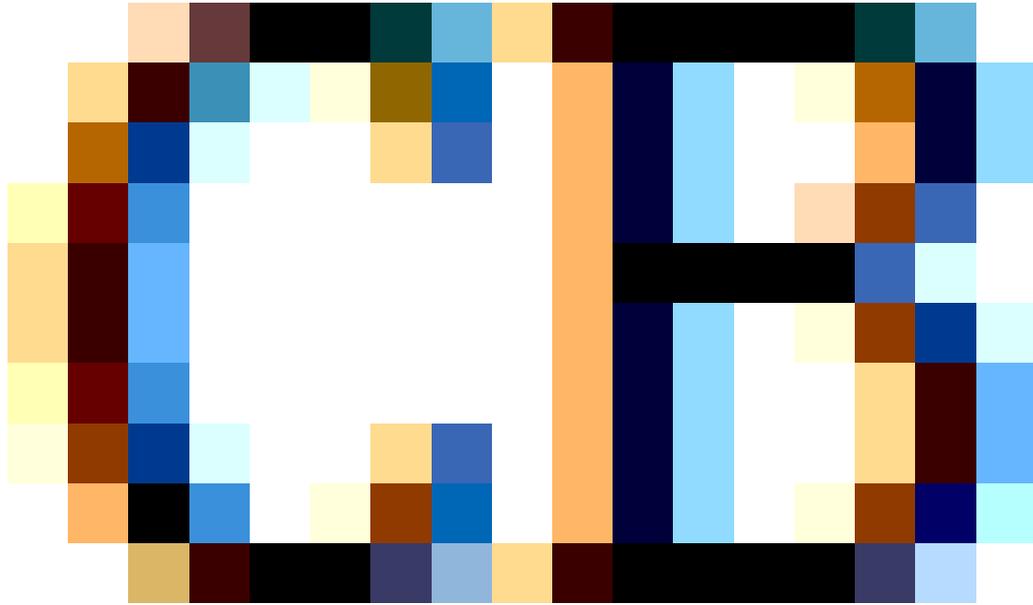
Definición	
<u>Conjuntos</u>	
I	Rodales (630)
T	Períodos (10)
S	Escenarios (5)
<u>Parámetros</u>	

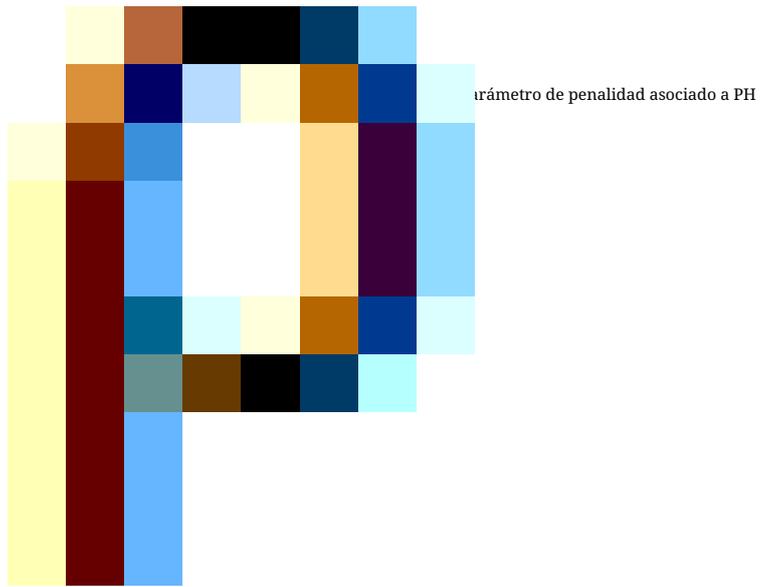


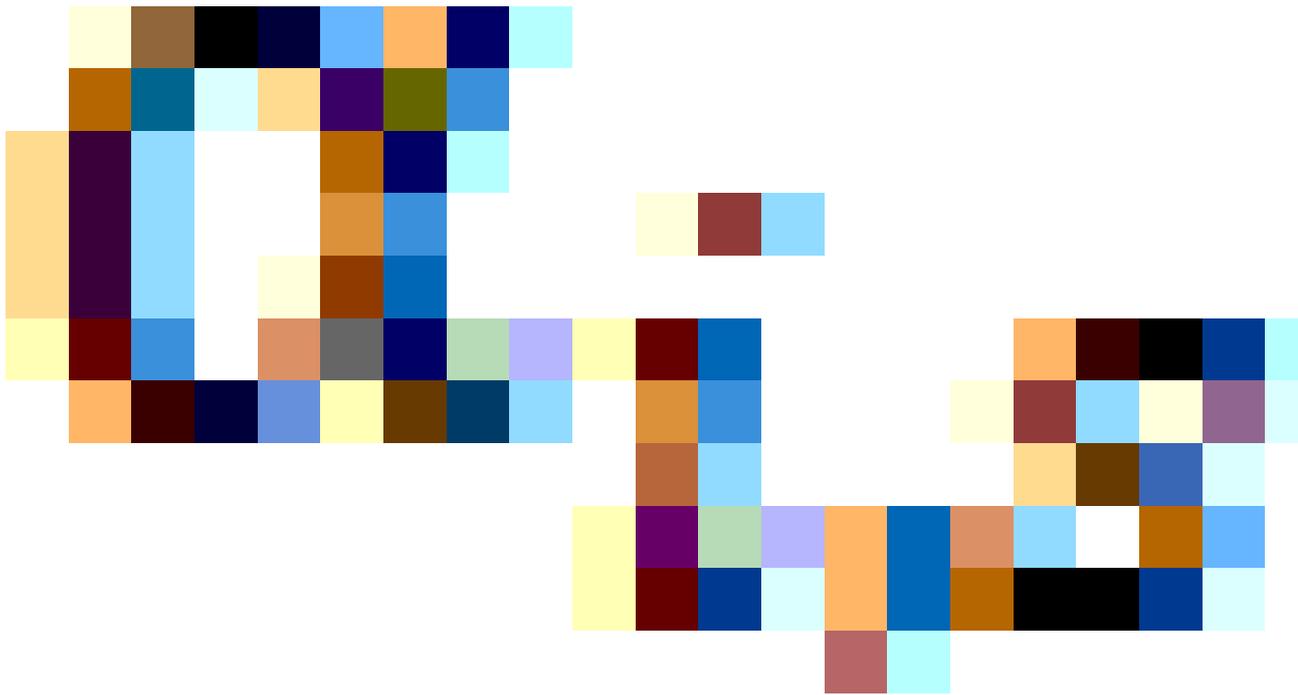


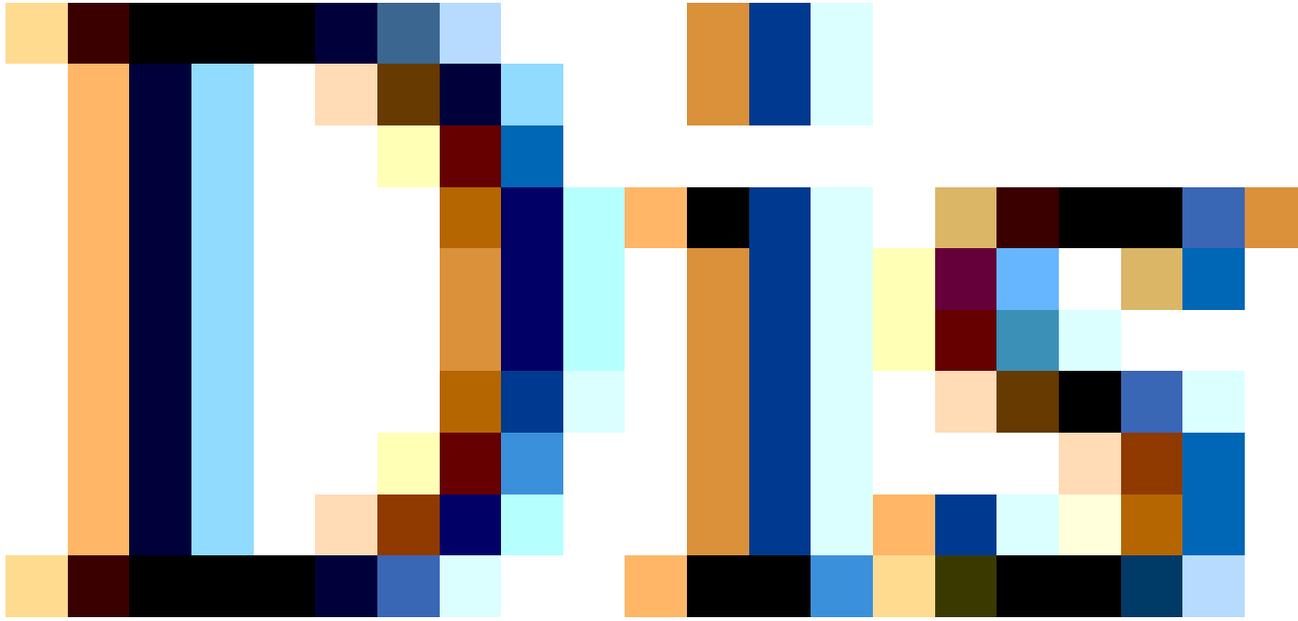


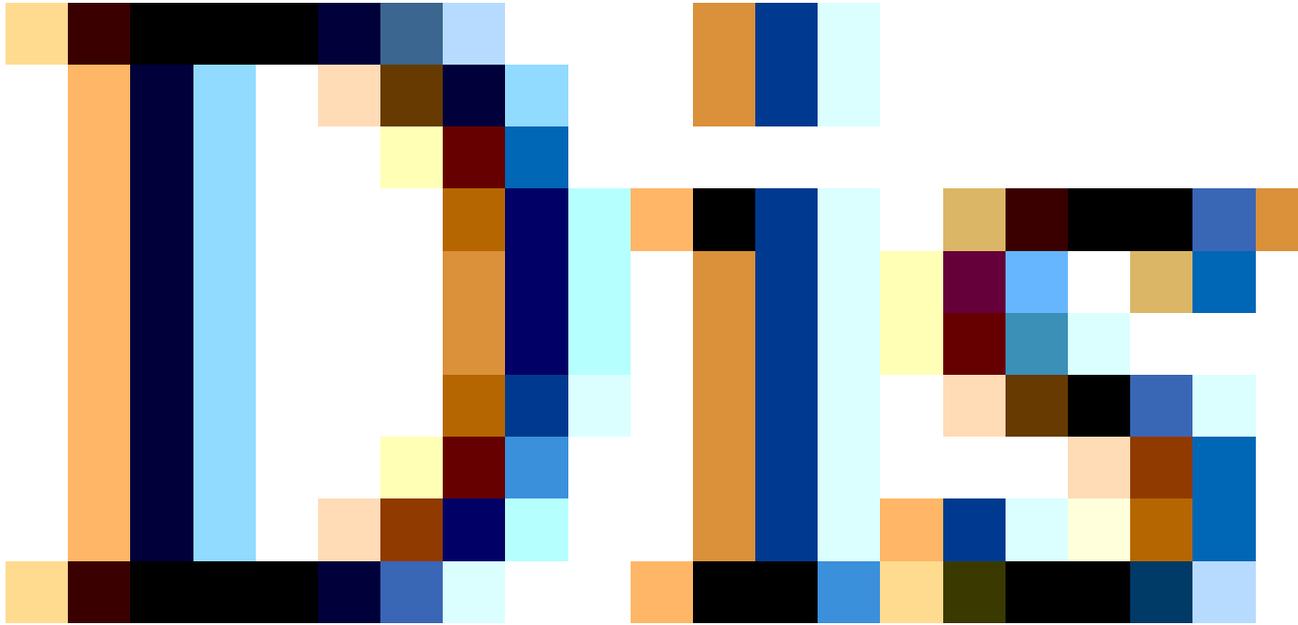


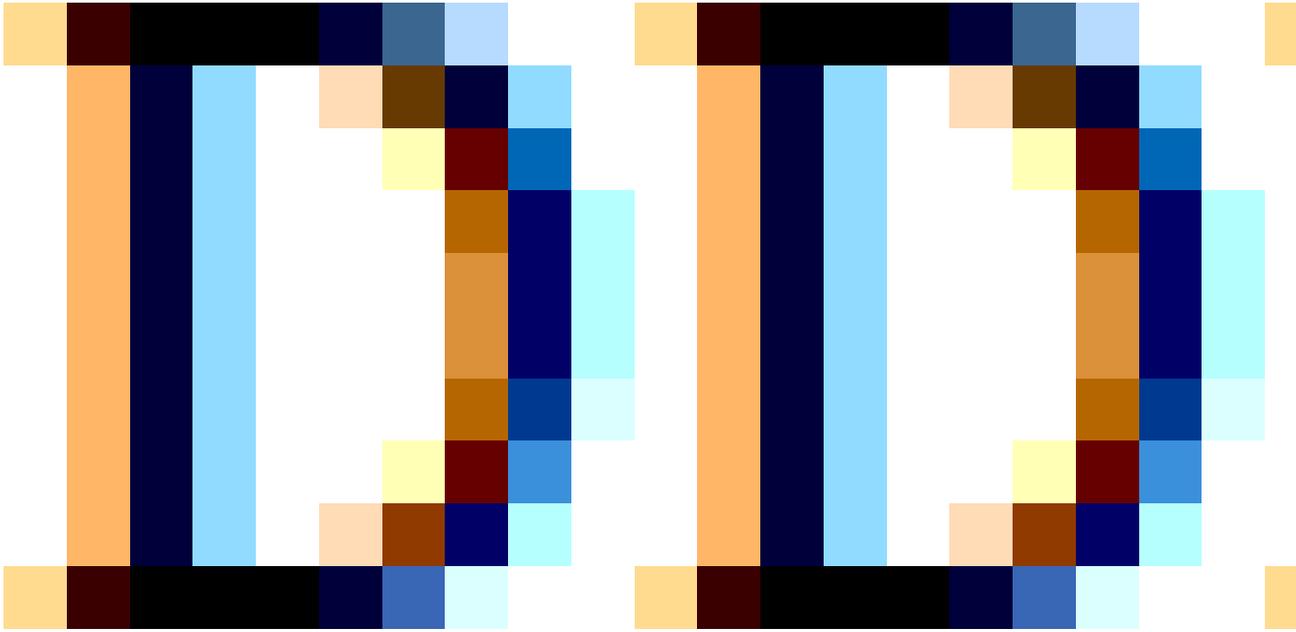


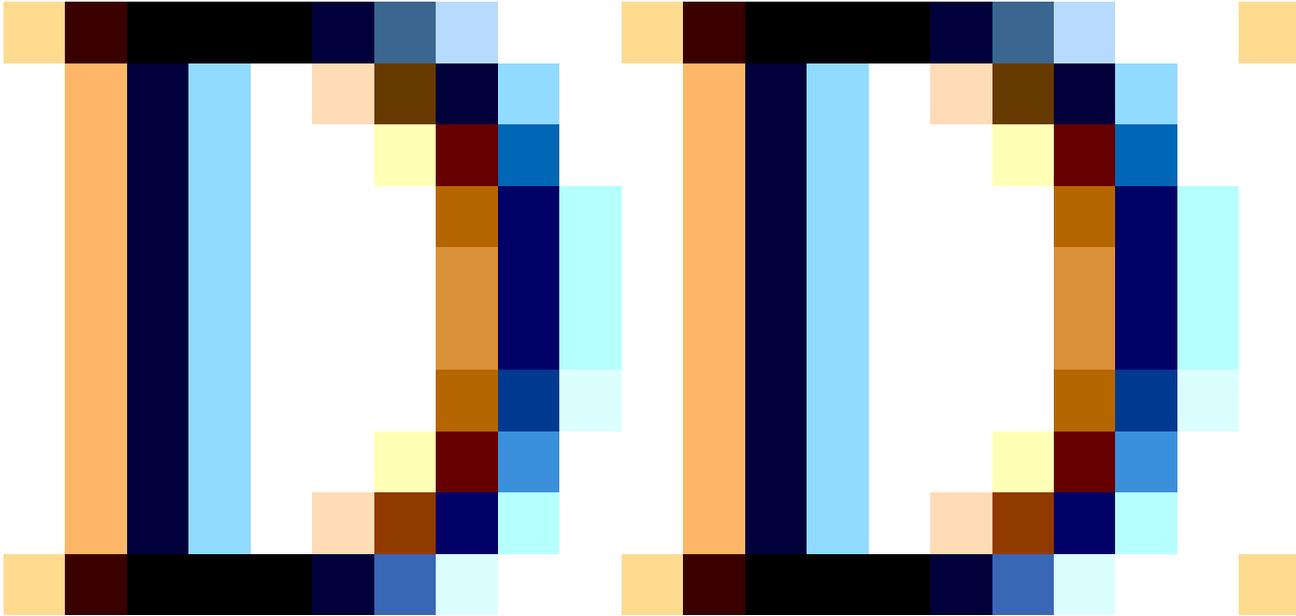


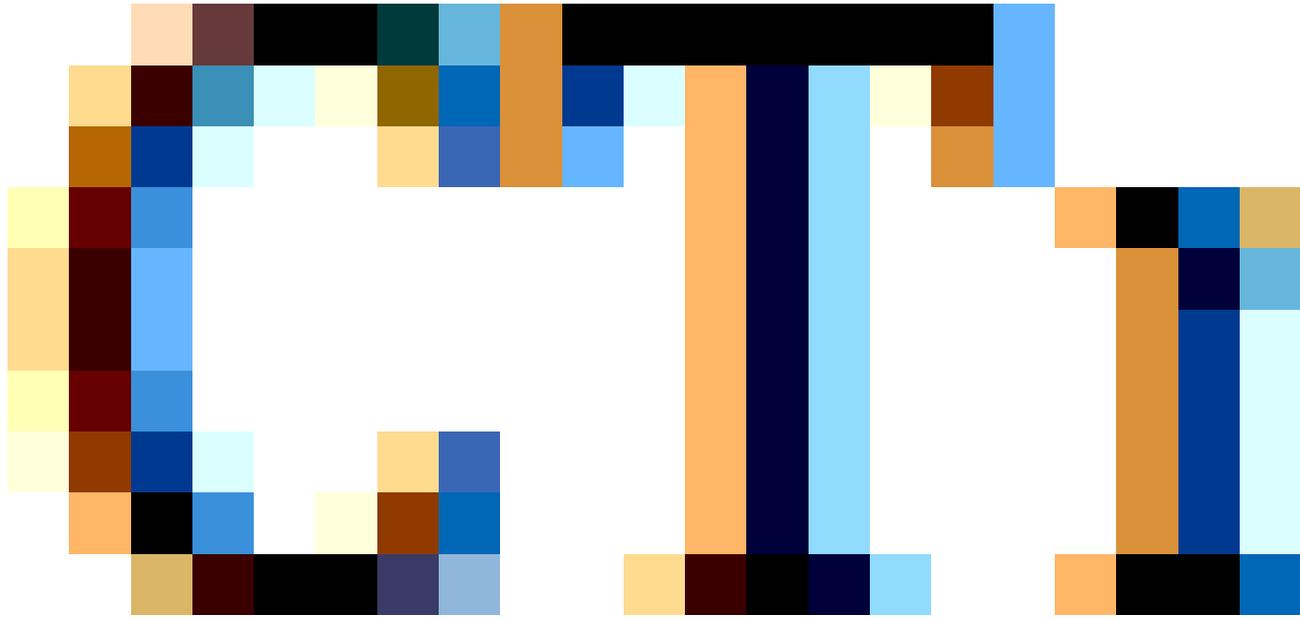


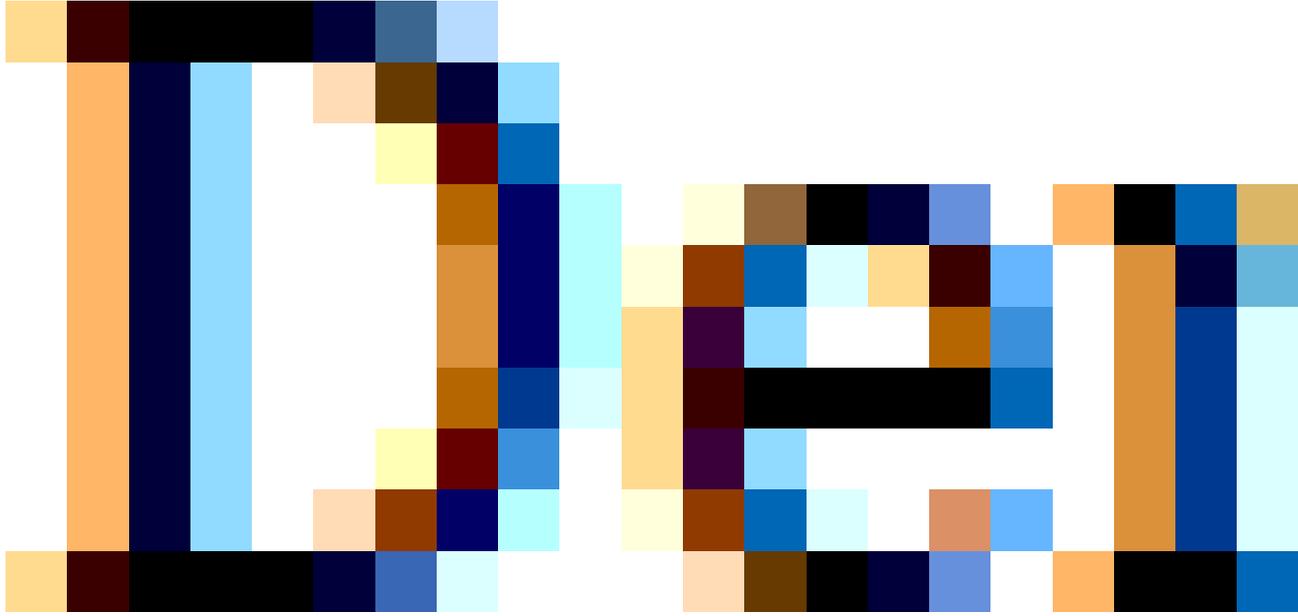


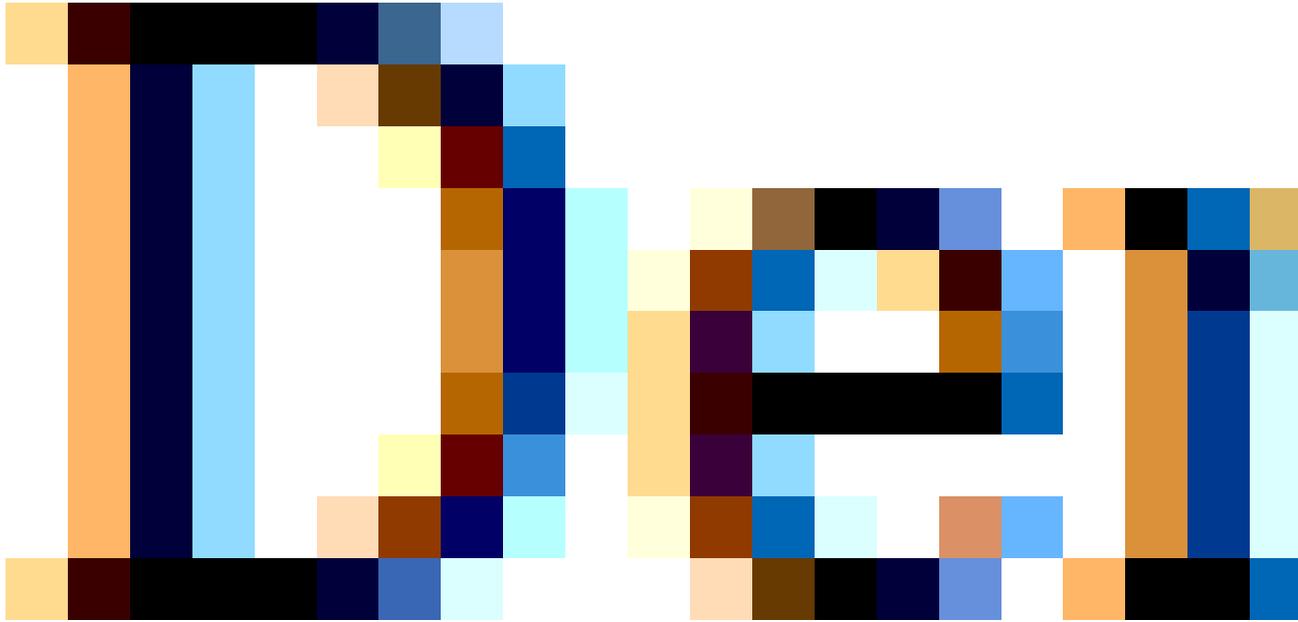




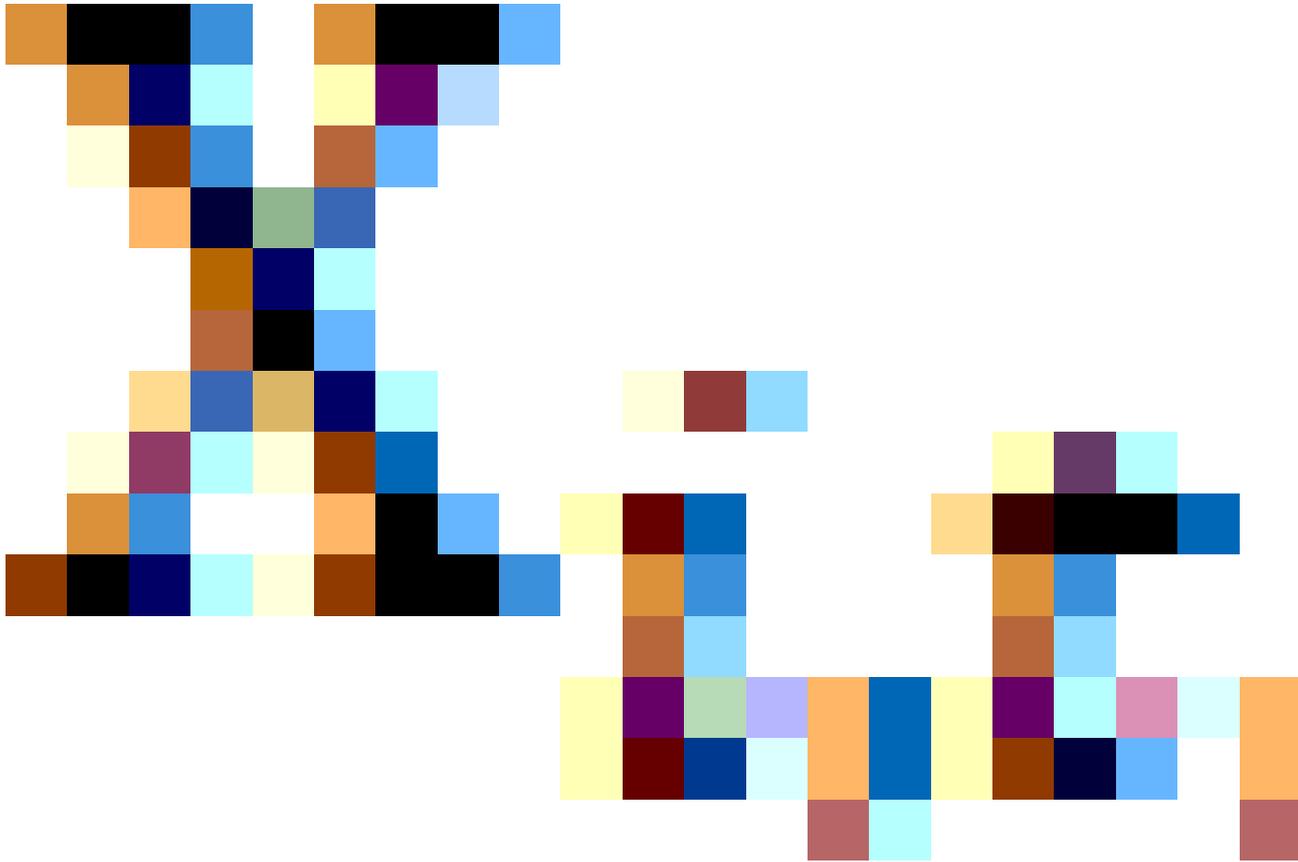


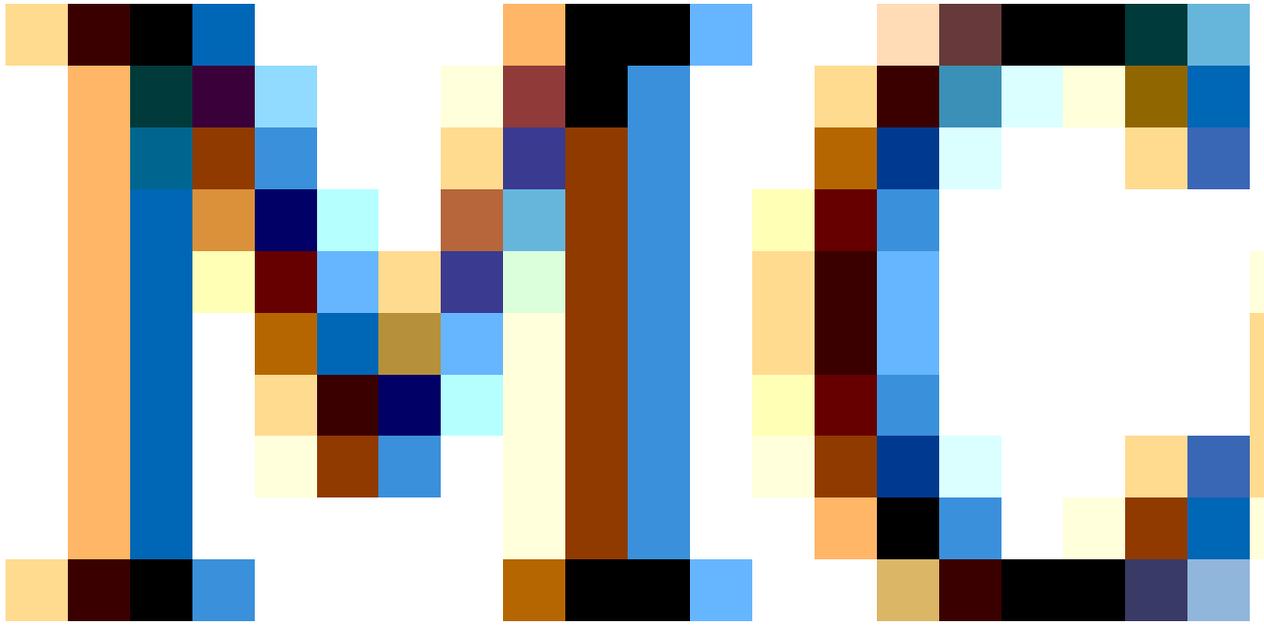


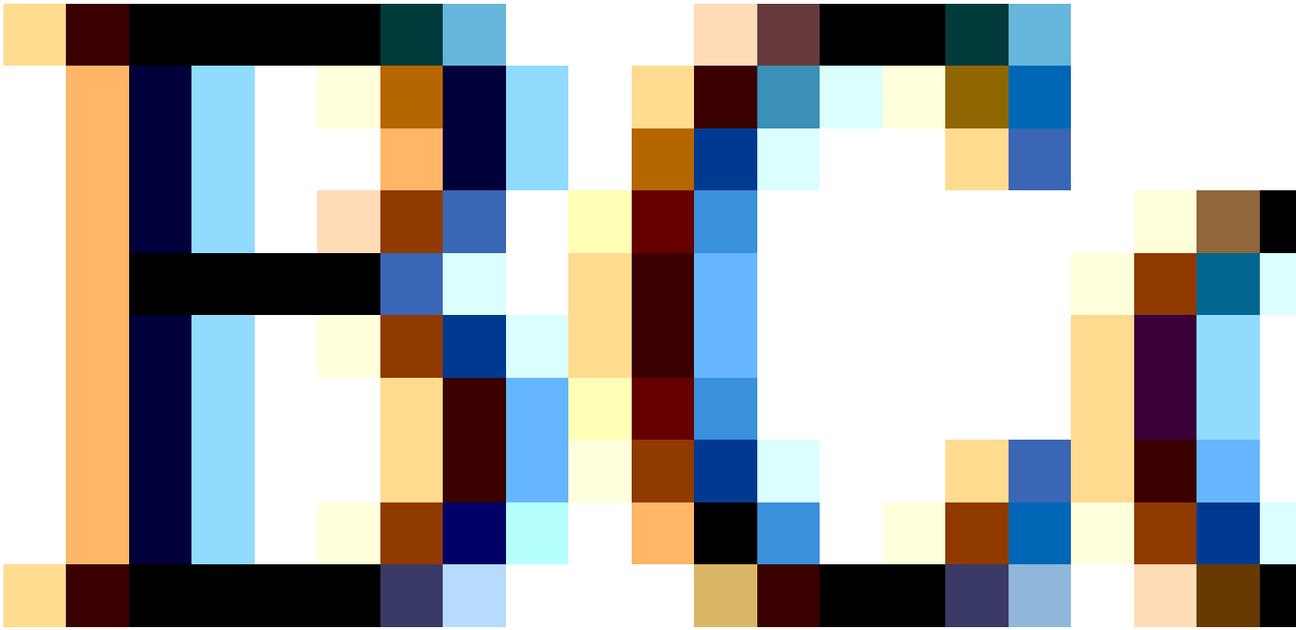


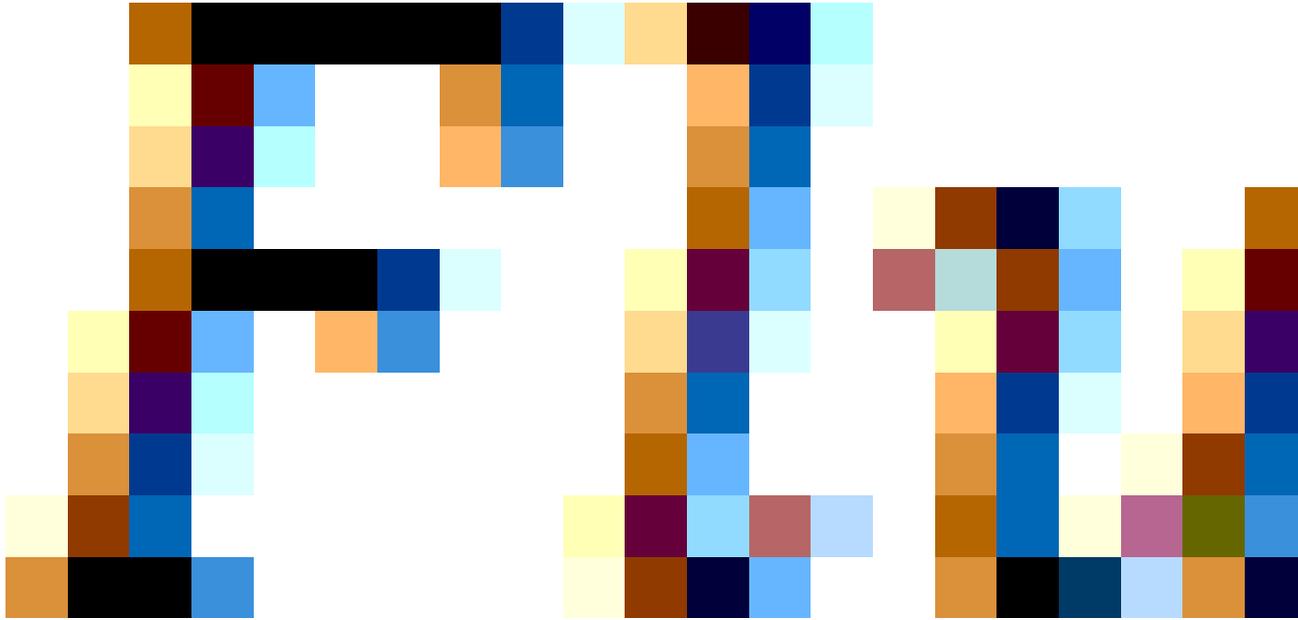


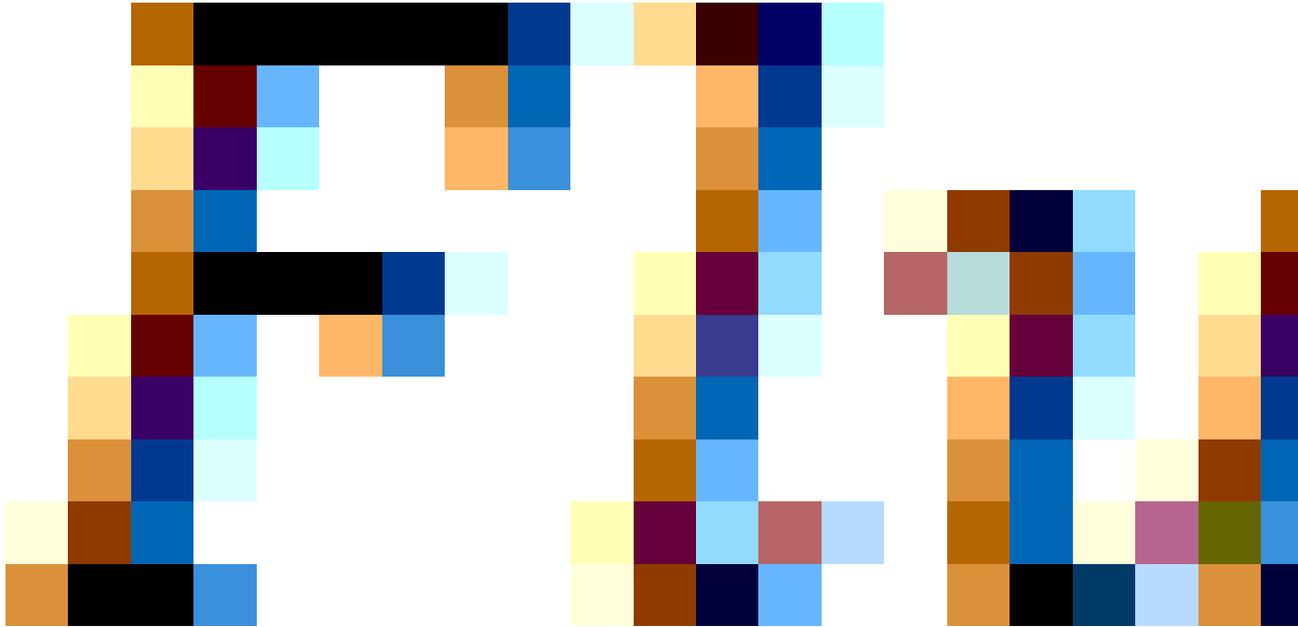
Variables

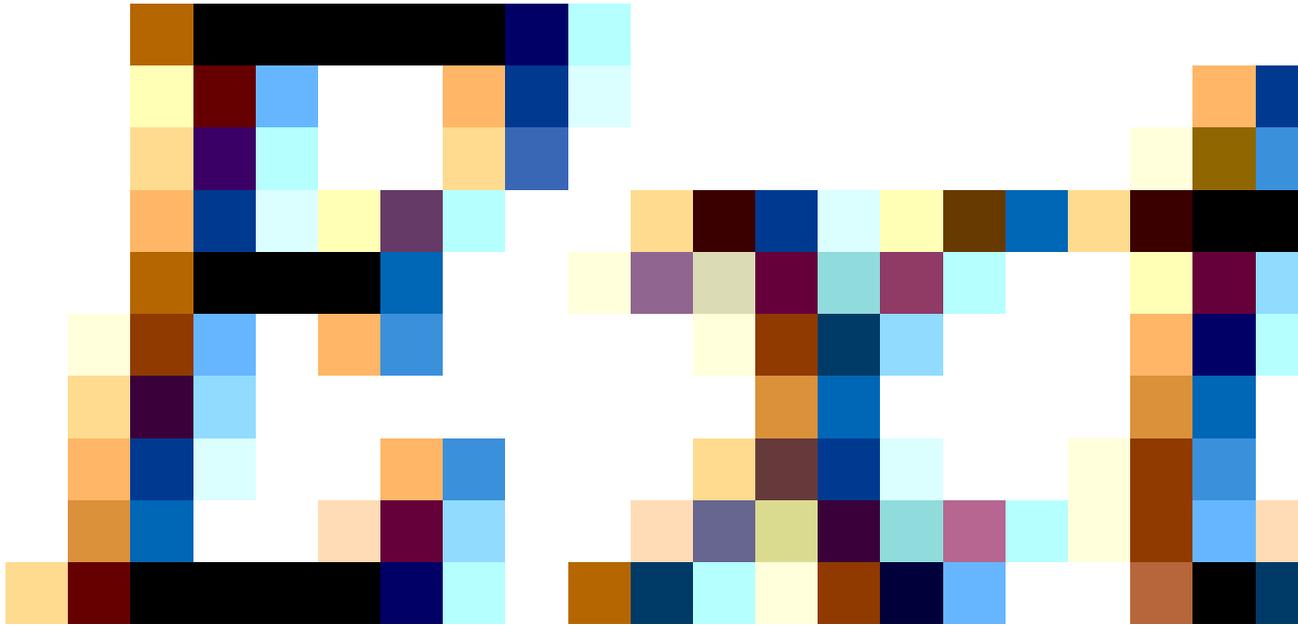


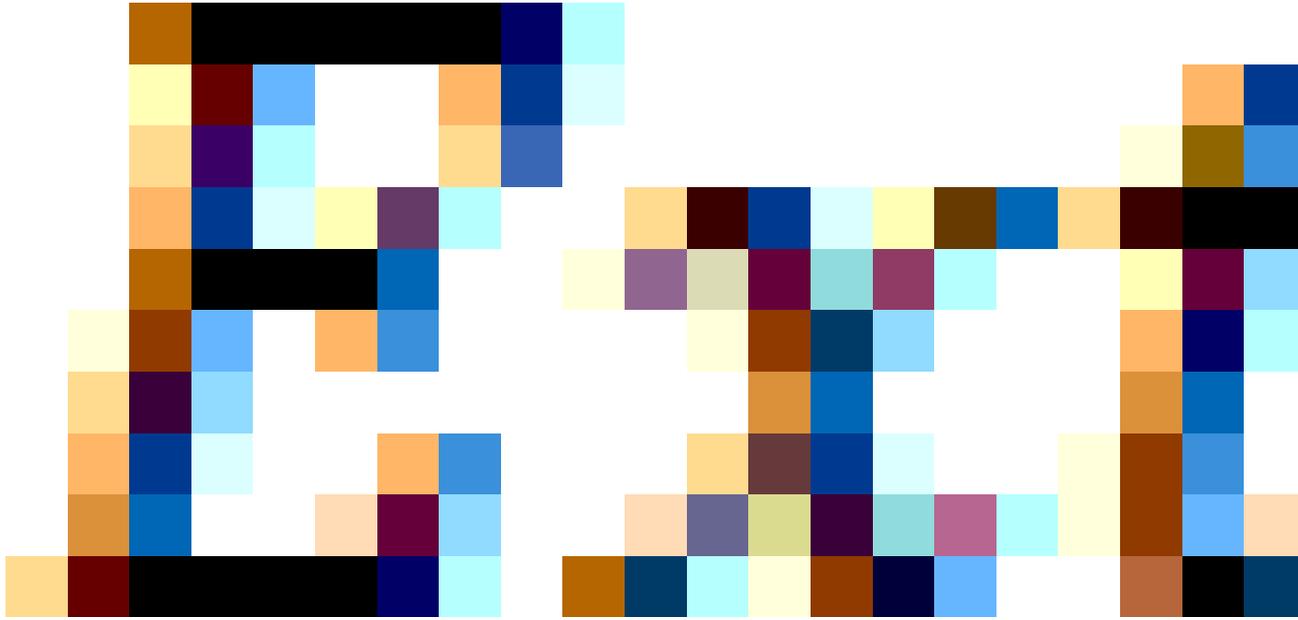














4. Resultados

4.1 Soluciones de modelo estocástico de dos etapas

Las métricas obtenidas a partir de las soluciones de los modelos determinísticos y estocásticos se presentan en la Tabla 4. El alto valor de la solución estocástica (VSS, (284.439€), lo que demuestra que resolver el problema de manera estocástica proporciona una clara ventaja frente al enfoque determinista. Un VSS relativo de 2,55% resalta la mejora obtenida al considerar la incertidumbre, incluso si la sensibilidad del problema a dicha incertidumbre no es extrema. Por otra parte, el valor esperado de la información perfecta (EVPI) es muy bajo (4340€), lo que indica que la información perfecta no mejora significativamente los resultados. Esto



sugiere que el modelo estocástico actual captura de manera efectiva la variabilidad. Un EVPI relativo de 0,04% enfatiza que la información perfecta tiene un valor añadido mínimo.

Tabla 3. Métricas claves, componentes y descripción de un modelo estocástico.

Métrica	Definición o fórmula para el cálculo	Descripción
Valor de la solución estocástica (STO)	Valor óptimo del modelo de programación estocástico	Representa el mejor valor considerando todos los escenarios y probabilidades. Refleja el valor de resolver el problema directamente usando PH
Problema del valor esperado (EVP)	Valor óptimo del problema determinístico (usando valores esperados)	Solución obtenida al resolver el problema de manera determinística al reemplazar las variables aleatorias con sus valores esperados
Valor esperado con información perfecta (EVSS)	$EVSS = \sum_{s \in S} p_s z_s^*$	Representa el mejor resultado para cada escenario individual con información perfecta
Valor esperado de la información perfecta (EVPI)	EVPI = EVSS - STO	Mide el valor de conocer cada escenario de antemano (beneficio de la predicción perfecta)
Valor esperado de la solución determinística (EVWS)	Valor objetivo al aplicar la solución determinística a todos los escenarios	Valor esperado de la solución determinística obtenida de EVP al aplicarla a todos los escenarios con sus respectivas probabilidades
Valor de la solución estocástica (VSS)	VSS = STO - EVWS	Mide el mejoramiento que resulta de usar la solución estocástica en lugar de la solución determinística
EVPI relativa	EVPI relativa = (EVPI/STO) x 100%	Proporción de la solución estocástica atribuido a contar con información perfecta
VSS relativa	VSS relativa = (VSS/STO) x 100%	Proporción de la solución estocástica atribuido a incluir incertidumbre en el problema

Tabla 4. Métricas obtenidas a partir de las soluciones de los modelos determinísticos y estocástico y estocástico de dos etapas. Los acrónimos de las métricas están definidos en la Tabla 3.

Métrica	Valor (€)
STO	11.174.400
EVP	11.189.629
EVSS	11.178.739
EVPI	4.340
EVWS	10.889.961
VSS	284.439
EVPI relativa	0,04%
VSS relativo	2,55%

Por otra parte, la solución determinista tiene un mal desempeño cuando se



prueba en todos los escenarios (10.889.961€), confirmando que ignorar la incertidumbre resulta en resultados subóptimos. Esta brecha resalta la importancia de utilizar un enfoque estocástico en problemas con variabilidad significativa entre escenarios. El STO (11.174.400€) es ligeramente inferior al EVSS (11.178.739€), lo que indica que, aunque la optimización estocástica funciona bien, existe una pequeña mejora teórica posible bajo información perfecta. El EVP (11.189.629€) es apenas superior al STO, ilustrando el optimismo excesivo del enfoque determinista al ignorar la variabilidad de los escenarios. Este análisis confirma que la optimización estocástica equilibra eficazmente la incertidumbre y el desempeño, proporcionando un marco práctico y eficiente para resolver problemas como el de la planificación de aclareo.

4.2 Programa de claras

El número de rodales en los cuales se realizan claras, y el área total intervenida a lo largo del Plan Especial al aplicar el modelo de optimización estocástica de dos etapas se presentan en la Figura 2. El número de rodales con claras es alto al principio (93 rodales en el año 1), y luego disminuye hasta un mínimo de 11 en el año 6. Después de este punto, hay un aumento constante, alcanzando el valor más alto de 139 rodales en el año 10. Esta tendencia sugiere una reducción planificada en las operaciones de clara durante los períodos intermedios para optimizar el crecimiento hacia el final del período de planificación.

Por su parte, la superficie total con intervenciones de claras sigue una tendencia similar al número de rodales, comenzando con un valor alto (4489 ha en el año 1), disminuyendo a un mínimo de 745 ha (año 6), y luego aumentando drásticamente hasta un pico de 7442 ha (año 10). La relación estrecha entre el número de rodales y el área de claras indica que una buena distribución de las claras entre los rodales, sin variaciones significativas en el tamaño promedio de los rodales entre los períodos. Por ejemplo, en el año 1, la función de optimización planifica la intervención en 93 rodales con una superficie promedio de ~69,7 ha por rodal; mientras que en el año 10 se intervenirían 139 rodales con un promedio de ~53,6 ha por rodal. Aun cuando el número de rodales aumenta hacia los períodos finales, el área promedio por rodal parece disminuir ligeramente, lo que podría reflejar rodales más pequeños intervenidos al final del Plan Especial o una mayor eficiencia en la selección de las áreas de claras.

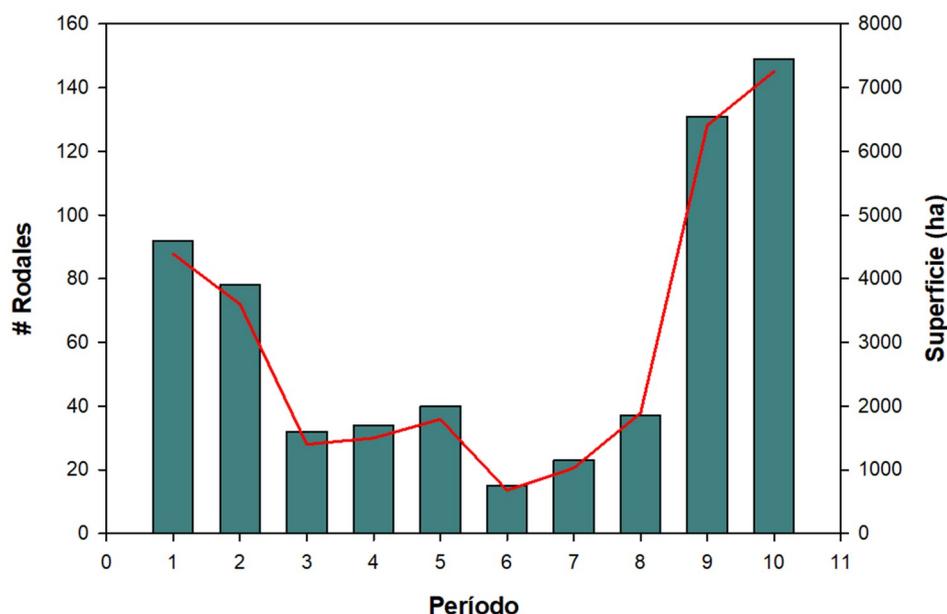


Figura 2. Número de rodales clareados y área de clara por periodo de acuerdo con la solución estocástica.

4.3 Madera adicional proveniente de terceros para satisfacer la demanda

La Figura 3 muestra el volumen de madera (como expresión de la biomasa y el C) óptimo extraído por periodo. El volumen aumenta hasta el año 8. Sin embargo, en los años 9 y 10, hay un notable descenso el volumen extraído considerando todos los escenarios asociados al riesgo de incendios. Además, cuando aumenta este riesgo, la tendencia general es a un incremento en el volumen extraído dentro del programa de claras. Esto se observa en la Figura 3, donde el volumen de madera procedente de las claras aumenta proporcionalmente con la proporción de daño por fuego (10%, 20%, 30%, 40%, y 50%). A medida que la proporción de daño pasa del 10% al 50%, el volumen de madera que debe extraerse dentro del plan de claras prácticamente se multiplica, lo que refleja la fuerte dependencia del plan de claras cuando el riesgo de incendios aumenta de forma significativa.

Al considerar los resultados de las Figuras 2 y 3, es posible señalar que hay algunas relaciones entre ambos resultados. En la Figura 2, los años donde la programación recomienda intervenir un mayor número de rodales y superficie son los años 1-2 y los años 9-10. Esto da lugar a un incremento de la oferta de madera entre el año 1 y 2, que se mantiene relativamente constante hasta el año 9, cayendo drásticamente en el año 10 (como se observa en la Figura 3). Adicionalmente, los resultados de la Figura 3 muestran que el volumen varía en función del riesgo de incendios. Sin embargo, en los años 1 y 10 este efecto es más marcado, lo que podría explicarse por el aumento del número de rodales y de superficie sujeta a claras en estos dos periodos (Figura 2). En el caso de los años intermedios (año 3 al 8), se observa en ambas figuras, un descenso notable en las intervenciones de clara, pero se mantiene relativamente estable el volumen extraído. Esto sugiere una estrategia de manejo que prioriza la optimización del volumen durante estos periodos, reduciendo el número de rodales intervenido (ej., costos de los aprovechamientos).

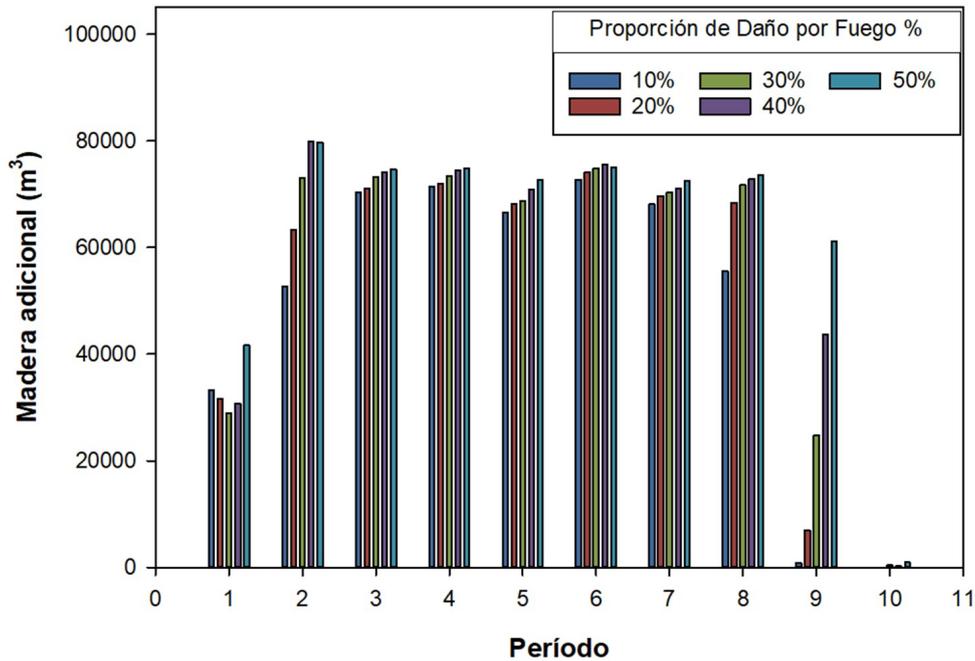


Figura 3. Producción de volumen de madera a lo largo del Plan Especial (1 a 10 años) de acuerdo con la solución estocástica.

5. Discusión

Importancia de los modelos estocásticos para el problema de claras bajo riesgo de incendios

La programación estocástica en dos etapas basada en la estimación del Valor Esperado de la Información Perfecta (EVPI) y el Valor de la Solución Estocástica (VSS) proporcionan información valiosa para la planificación de la silvicultura en masas artificiales de pinar bajo riesgo de incendios al considerar la incertidumbre asociada a este tipo de eventos.

Nuestros resultados muestran un EVPI bajo como resultado de la pequeña diferencia observada entre la solución estocástica y la solución con información perfecta. Esto sugiere que conocer la incertidumbre con anticipación (información perfecta) no mejora significativamente el desempeño de la solución. Esto puede explicarse debido al tipo de sistema forestal considerado (masas artificiales monoespecíficas y regulares, con escasa variabilidad estructural y de biomasa), lo que hace que su respuesta a las claras sea muy robusta frente a la incertidumbre relacionada los riesgos de incendios, lo que significa que la solución estocástica óptima se desempeña bien en distintos escenarios. Esto significa, también, que el impacto de la incertidumbre en la función objetivo es mínimo, aunque esto puede estar dado por la variabilidad limitada o la baja sensibilidad a los parámetros inciertos. En nuestro caso, cada escenario tiene la misma probabilidad de ocurrencia (20%) y la proporción de daño por fuego varía entre el 10% y el 50%. Así, se esperan valores mayores de EVPI en situaciones más complejas, donde se consideren un mayor número de escenarios caracterizados por una mayor variabilidad del riesgo de incendios, así como de la probabilidad de ocurrencia de estos daños.



Por el contrario, se obtuvo un valor relativamente alto de VSS, lo cual está dado por el alto valor de la solución estocástica en relación con la solución determinista basada en el Valor Esperado (EVS). Esto indica que considerar la incertidumbre asociada al riesgo de incendios en el proceso de toma de decisiones conduce a una solución mucho mejor que confiar en aproximaciones deterministas. La solución determinística (EVS), incluso para un caso reducido de escenario como en el caso de nuestro estudio, puede no desempeñarse bien bajo incertidumbre ya que optimiza sólo el escenario promedio, ignorando la variabilidad. Esto se hace más relevante en situaciones más complejas que incluyan un alto número de escenarios donde haya una alta variabilidad entre los escenarios, lo que hace crucial incluir la incertidumbre en el proceso de toma de decisiones selvícolas en este tipo de sistemas forestales. De esta manera, la optimización estocástica captura mejor los compromisos específicos de cada escenario, resultando en una solución más adaptable y efectiva.

El efecto combinado de un EVPI bajo y un VSS alto implica que, aunque conocer el riesgo exacto de los incendios no aportaría significativamente al rendimiento del modelo, considerar la incertidumbre asociado a este riesgo mejora notablemente las soluciones. Esto ocurre típicamente en problemas donde la solución estocástica tiene una naturaleza robusta en distintos escenarios, pero la solución determinística (EVS) no logra considerar efectivamente la variabilidad. Esta combinación destaca la importancia de la programación estocástica para capturar las sutilezas de la incertidumbre sin depender excesivamente de predicciones perfectas.

Impacto del riesgo de fuego e incertidumbre sobre las claras

Los resultados obtenidos en relación con la programación de claras brindan una visión complementaria sobre la planificación forestal bajo condiciones de incertidumbre, como el riesgo de incendios, y su impacto en la gestión a escala de rodal asociado a la necesidad de recursos externos. En nuestros resultados se observa que el número de rodales intervenidos y el área sujeta a claras a lo largo del Plan Especial presentan patrones similares: un nivel alto de intervención en los años iniciales y finales, y un descenso significativo en los períodos intermedios, alcanzando un mínimo en el año 6. Este comportamiento podría estar relacionado con una estrategia selvícola que busca minimizar el riesgo de incendios al principio, y maximizar la producción hacia el final del Plan Especial. Durante los períodos intermedios, la selvicultura intenta mantener una producción constante de volumen, minimizando el riesgo de incendios. Además, se evidencia cómo el incremento de la extracción de madera aumenta proporcionalmente al riesgo de incendios, alcanzando su máximo en el año 8. Sin embargo, esta necesidad disminuye al final de Plan Especial (años 9 y 10), lo cual puede estar vinculado al aumento de las claras en ese período, como se refleja en la Figura 2. Esto indica que la planificación de las claras compensa la producción de madera, incluso bajo escenarios de alta incertidumbre por riesgo de incendios.



La relación entre el número de rodales a intervenir y el volumen extraído resalta la importancia de un enfoque integrado en la planificación forestal. La sincronización entre los años con una alta actividad de claras y la oferta de madera refleja una estrategia que busca equilibrar la planificación forestal con la dependencia de recursos externos. Sin embargo, los picos en el volumen extraído durante el año 10 sugieren que hay margen para optimizar las operaciones y reducir la vulnerabilidad en escenarios de daños severos.

En conjunto, estos resultados subrayan la necesidad de adoptar estrategias de planificación selvícola que incorporen tanto el riesgo de incendios, como la optimización de la producción de biomasa entendida como una estrategia de adaptación (ej., capacidad de secuestro de C) en un escenario de creciente incertidumbre asociada al incremento del riesgo de incendios. Una planificación que combine una planificación selvícola eficiente, adecuada a demandas externas de servicios ambientales (ej. mercado del C), permitirá garantizar la resiliencia del sistema forestal frente a desafíos futuros.

6. Conclusiones

Los resultados de este estudio destacan la importancia de la programación estocástica como herramienta para manejar la incertidumbre inherente a los riesgos de incendios en la planificación de claras. El bajo EVPI indica que el conocimiento exacto de los daños futuros no generaría una mejora significativa en la solución, reflejando la robustez de la solución estocástica frente a diversos escenarios. Esto sugiere que el impacto de la incertidumbre en la función objetivo es relativamente limitado en nuestro caso de estudio, aunque se podrían obtener diferentes valores de EVPI en problemas más complejos con mayor variabilidad entre escenarios. Por otro lado, el alto VSS demuestra que incluir la incertidumbre en la toma de decisiones genera soluciones mucho más efectivas en comparación con las aproximaciones determinísticas. Esto se vuelve especialmente relevante en situaciones con mayor variabilidad, donde la optimización estocástica permite capturar mejor los compromisos específicos de cada escenario.

La relación entre los patrones observados en el número de rodales con claras, el área intervenida y la producción de biomasa refuerza la importancia de un enfoque integrado en la planificación forestal. El incremento del volumen durante los años intermedios y finales del Plan Especial, particularmente los años 8 y 9, y su disminución el año 10, subraya la relevancia de sincronizar las operaciones internas de manejo con las necesidades externas. En conjunto, estos hallazgos sugieren que una planificación forestal adaptativa, que integre estrategias para minimizar la incertidumbre y responder de manera eficiente a las demandas externas, es esencial para garantizar la sostenibilidad y la resiliencia del sistema forestal frente a los desafíos climáticos y económicos futuros.

7. Agradecimientos

Este estudio se ha realizado con la financiación del proyecto OptiForValue - Optimised forest-based value chains for high value applications & improved forest management (HORIZON-CBE-JU-2023). Además, se inserta en el marco de la Red SILVADAPT.NET (RED2018-102719-T) y ha contado con la financiación de los



proyectos DesFutur (Fundación Biodiversidad-MITECO and European Union-NextGenerationEU” /PRTR RYC2021-033138-I-MCIN/AEI/10.13039/501100011033) y REFLORESTA- Innovación tecnológica, social y en gobernanza para mejorar la prevención y acelerar la recuperación de los ecosistemas y paisajes afectados por incendios (POCTEP-22-0121_REFLORESTA_6_E). Agradecemos el apoyo de la Consejería de Sostenibilidad, Medio Ambiente y Economía Azul (Junta de Andalucía).

8. Bibliografía

BIRGE, J. R., & LOUVEAUX, F. 2011. *Introduction to Stochastic Programming* (2nd ed.). New York, NY: Springer.

CROOKSTON, NICHOLAS L.; FINLEY, ANDREW O. 2007. yaImpute: An R Package for k-NN Imputation. *J. Stat. Softw.* 23(10):1-16.

DE RIGO, D., LIBERTÀ, G., DURRANT, T. H., VIVANCOS, T. A., & SANMIGUEL-AYANZ, J. 2017. Forest fire danger extremes in Europe under climate change: variability and uncertainty (Doctoral dissertation, Publications Office of the European Union).

GUNN, E. A., & RICHARDS, E. W. 2011. Decision Support Systems for Forest Management under Risk and Uncertainty. *Forest Ecol. Manag.*, 262(6), 1107–1116.

GUZMÁN-ÁLVAREZ, J. R., VENEGAS-TRONCOSO, J., & SESEÑA-RENGEL, A. 2013. *Modelos de crecimiento y producción de biomasa de los pinares de Andalucía*. 6CFE01-033. Actas 6º Congreso Forestal Español.

LIU, Z., PENG, C., WORK, T., CANDAU, J. N., DESROCHERS, A., KNEESHAW D. 2018. Application of machine-learning methods in forest ecology: recent progress and future challenges. *Environ. Reviews*, 26(4), 339-350.

KAIKKONEN, L., MARTTUNEN, M., & KANGAS, J. 2016. Interactive Multi-Objective Stochastic Programming in Forest Management: A Case Study in Forest Restoration. *Eur. J. For. Res.*, 135(6), 977–990.

KANGAS, A., & PUKKALA, T. 2015. Incorporating Risk and Uncertainty into Forest Planning: Recent Advances and Future Strategies. *Scand. J. For. Res.*, 30(1), 75–84.

LORENZ, K., Y RATTAN LAL. 2010. *Carbon sequestration in forest ecosystems*. Springer Springer Dordrecht.

MONTERO, G., RUIZ-PEINADO, R., & MUNOZ, M. 2011. *Producción de biomasa y fijación de CO2 por los bosques españoles*. Ministerio de Medio Ambiente, Madrid.

MORENO, J. M., MORALES-MOLINO, C., TORRES, I., & ARIANOUTSOU, M. 2021. Fire in Mediterranean pine forests: past, present and future. En *Pines and Their Mixed Forest Ecosystems in the Mediterranean Basin*, 421-456.

NAIMI B, HAMM NA, GROEN TA, SKIDMORE AK, TOXOPEUS A.G. 2014. Where is positional uncertainty a problem for species distribution modelling. *Ecography*, 37, 191-203.

NAVARRETE-POYATOS, M. A., NAVARRO-CERRILLO, R. M., LARA-GÓMEZ, M. A., DUQUE-LAZO, J., VARO, M. D. L. A., PALACIOS- RODRIGUEZ, G. 2019. Assessment of the carbon stock in pine plantations in Southern Spain through ALS data and K-nearest neighbor algorithm based models. *Geosciences*, 9(10), 442.

NAVARRO-CERRILLO, R.M., DUQUE-LAZO, J., RODRÍGUEZ-VALLEJO, C., VARO-



MARTÍNEZ, M.Á., PALACIOS-RODRÍGUEZ, G. 2018. Airborne laser scanning cartography of on-site carbon stocks as a basis for the silviculture of *Pinus halepensis* plantations. *Remote Sens.*, 10(10), 1660.

NAVARRO- CERRILLO, R.M., SÁNCHEZ SALGUERO, R., RODRÍGUEZ, C., LAZO, J.D., MORENO ROJAS, J. M., PALACIOS RODRÍGUEZ, G., CAMARERO, J. J. 2019. Is thinning an alternative when trees could die in response to drought? The case of planted *Pinus nigra* and *P. Sylvestris* stands in southern Spain. *Forest Ecol. Manag.*, 433, 313-324.

NAVARRO- CERRILLO, R.M., CACHINERO-VIVAR, A. M., PÉREZ PRIEGO, Ó., CANTÓN, R. A., BEGUERIA, S., CAMARERO, J.J. 2023. Developing alternatives to adaptive silviculture: Thinning and tree growth resistance to drought in a *Pinus* species on an elevated gradient in Southern Spain. *Forest Ecol. Manag.*, 537, 120936.

R Core Team. 2022. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

ROCKAFELLAR, R.T., WETS, R.J.B. 1991. Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Math. Oper. Res.*, 16(1), 119–147.

RODRÍGUEZ- SILVA, F.R., MARTÍNEZ, J.R., GONZÁLEZ-CABÁN, A., 2014. A methodology for determining operational priorities for prevention and suppression of wildland fires. *Int. J. Wildland Fire*, 23(4), 544-554.

RUIZ-PEINADO, R., OVIEDO, J.A., SENESPLEDA, E.L., OVIEDO, F.B., DEL RÍO-GAZTELURRUTIA, M. 2017. Forest management and carbon sequestration in the Mediterranean region: A review. *Forest Syst.* 26(2), 10.

SHAPIRO, A., DENTCHEVA, D., & RUSZCZYŃSKI, A. 2009. *Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory* (2nd ed.). Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

WALLACE, S. W., ZIEMBA, W.T. (EDS.). 2005. *Applications of Stochastic Programming*. New York, NY: Springer.

WEI, Y., & RIDEOUT, D. 2014. Wildfire Management and Stochastic Optimization: A Review and Future Directions. *Int. J. Wildland Fire*, 23(3), 317–329.

