



**2025** | **16-20**  
**GIJÓN** | **JUNIO**

**9º CONGRESO FORESTAL ESPAÑOL**

**9CFE-1323**

Actas del Noveno Congreso Forestal Español  
Edita: **Sociedad Española de Ciencias Forestales. 2025.**  
ISBN: **978-84-941695-7-1**

Organiza





## Uso de LiDAR portátil para la generación de ecuaciones de perfil

GÓMEZ CORRAL, N. (1), MIAILLIER, G. (1), CISNEROS GONZÁLEZ, O. (2), ALONSO PONCE, R. (2), PÉREZ RODRÍGUEZ F. (2), MOLINA TERRÉN, C. (3)

- (1) BASARTEA SL.
- (2) Föra Forest Technologies.
- (3) Gobierno de Navarra.

### Resumen

Las ecuaciones de perfil permiten determinar los destinos posibles de la madera en pie. Las mediciones en las que se basa el ajuste matemático de estas ecuaciones se pueden obtener por métodos destructivos, mediante el apeo de árboles o por métodos no destructivos, midiendo en pie.

El objetivo de este trabajo es elaborar ecuaciones para la clasificación de productos madereros de *Quercus robur* L. en Navarra. En este proceso, se comparan los resultados del sistema tradicional de apeo y medición por trozas con el obtenido mediante LiDAR terrestre de 100 m de alcance y captura de 300.000 puntos/segundo.

Entre las ecuaciones evaluadas, la de mejor ajuste es la de FANG et al. (2000), con una modelización del error mediante una estructura autorregresiva de orden 2. Sesgo 0,15%, raíz del error medio cuadrático 10,98% y coeficiente de determinación ( $R^2$ ) 0,9032.

La comparación entre los métodos de toma de datos indica que el diámetro de las trozas a partir de 14-16 m está sobreestimado en el escaneado con LiDAR terrestre. La conformación de árboles de ramificación simpódica parece ser la principal razón de esta divergencia.

Se discuten las opciones para calibrar las mediciones en pie y emplear este método como método de medición.

### Palabras clave

Roble, clasificación de productos, escáner terrestre.

### 1. Introducción

La gestión forestal exige determinar las existencias maderables con adecuada precisión para garantizar la sostenibilidad de los aprovechamientos propuestos, optimizar las labores selvícolas y facilitar la obtención de productos con la calidad demandada por la industria.

Al respecto de este último punto, las ecuaciones de perfil son la herramienta empleada para determinar los destinos posibles de la madera (aserrío, industria, desarrollo, etc.).

El objetivo de este trabajo es elaborar estas ecuaciones para la clasificación de productos madereros de *Quercus robur* L. en Navarra. Estas ecuaciones se incluyen en la aplicación de cubicación del Gobierno de Navarra, Cubica Navarra.



De forma paralela, los datos recopilados se han empleado para evaluar dos técnicas de obtención de los pares de valores diámetro – altura, el apeo de árboles tipo y la medición en pie con LiDAR terrestre.

El LIDAR terrestre móvil es una nueva aplicación de la tecnología LIDAR, que permite el escaneo continuo de grandes zonas, a diferencia de los primeros dispositivos de LIDAR terrestre que solo permitían escanear desde un punto fijo. Con el LiDAR terrestre móvil, el aparato puede desplazarse mientras escanea, por lo que permite recorrer zonas grandes y obteniendo un escaneo de un objeto desde distintos puntos de vista, de forma que se capturan todas sus caras.

El tratamiento de los datos, para la reconstrucción de una nube de puntos global, se hace mediante técnicas de SLAM (Simultaneous, Localización And Mapping). Estas técnicas, desarrolladas en el campo de la robótica, sirven para la construcción de mapas en tiempo real y permiten la ubicación del sensor en ellas a la vez, gracias a la comparación del mapa construido y de la información recibida en directo.

Las nubes de puntos capturadas en masas forestales con estos dispositivos ofrecen una gran cantidad de información. A diferencia del LIDAR aéreo, que solo ofrece una buena imagen del suelo y del dosel, el LIDAR terrestre permite capturar toda la estructura de árboles individuales: la forma de su tronco, su ramificación, etc.

Para este trabajo, se ha utilizado el sistema ZEB-HORIZON de GeoSLAM. Se trata de un escáner móvil con un alcance de 100 m y captura de 300.000 puntos/segundo. El escáner LIDAR puede medir a 360° en horizontal y con una apertura de 270°. El ángulo muerto del aparato abarca la zona en la que se sitúa el operador.

El escáner cuenta, además de los sensores LIDAR, de sensores inerciales, que permiten conocer la posición relativa del aparato y sus aceleraciones. Esta información ayuda a seguir los movimientos del sensor y por lo tanto a reconstituir la nube de puntos en el post proceso de los datos. El sensor puede también ser acoplado a una cámara, para posterior coloración de los puntos.

Para el procesamiento de los datos se ha utilizado el programa Aid-Forest; este es un programa desarrollado por DIELMO 3D en el marco del Grupo Operativo “Monte Digital” para montes de Valencia y Castilla la Mancha.

Se trata de un software diseñado específicamente para el tratamiento de datos obtenidos con LiDAR terrestre en inventarios forestales. Esta herramienta permite la identificación automática de árboles, gracias al uso de inteligencia artificial y ofrece para cada árbol su localización y una medición de sus principales características dendrométricas (diámetros a lo largo del tronco, altura total y de base de copa y volumen).

## 2. Objetivos

La comparación de dos sistemas de captura de datos para estudiar el perfil de tronco en *Quercus robur* L. en Navarra: la medición en árboles apeados y la captura con un LiDAR móvil.

El desarrollo de una ecuación de perfil que permita la clasificación de productos para el fuste de la especie *Quercus robur* L. en Navarra.

### 3. Metodología

#### Selección del monte y la zona de escaneo

Para la selección de la zona de estudio se contactó con las diferentes demarcaciones de guarderío de Gobierno de Navarra con el objetivo de conocer cuáles eran los lotes de madera ya adjudicados a maderistas que se iban a aprear en el verano de 2021.

Para cada uno de los montes donde había lotes de madera adjudicados para esta especie, se analizaron las diferentes características que pudieran influir en el desarrollo del trabajo o condicionar la consecución de los objetivos. Entre las cuestiones analizadas, se citan las siguientes:

- Características del lote.
- Localización.
- Superficie posible de escaneo.
- Maderista adjudicatario.
- Fecha prevista de aprovechamiento .
- Presencia de regenerado.
- Calidad de la madera.

Con toda esta información, y de acuerdo con el Negociado de Planificación Estratégica se seleccionó el monte donde realizar el estudio y, en concreto, la zona específica donde se realizaría el escaneo. En la Figura 0 se ubica el monte. La Tabla 1 muestra un resumen de los datos principales:

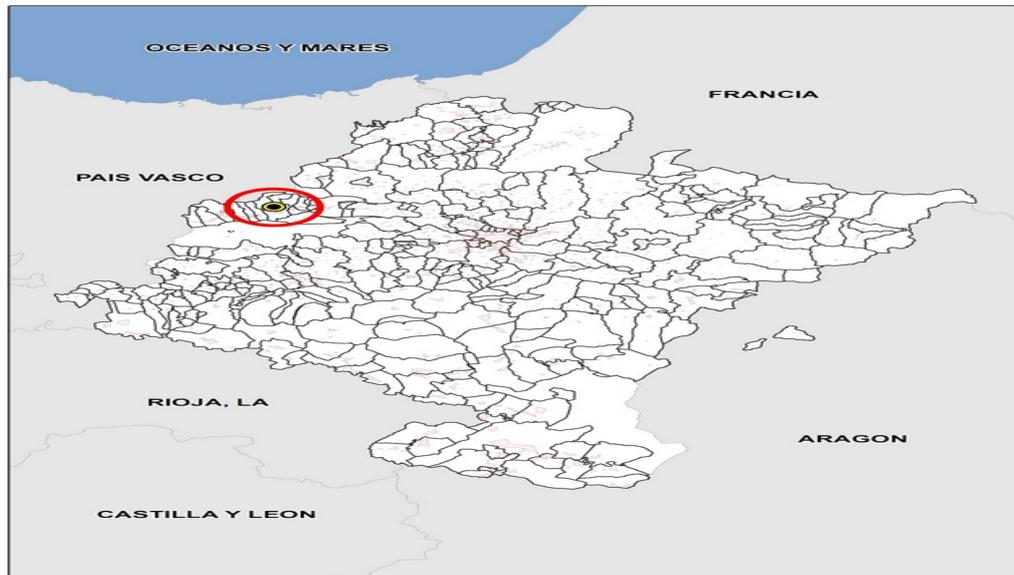


Figura 0. Ubicación del área de estudio (Monte Dorrao)

Tabla 1. Datos del monte muestreado

Monte	Especie	Rodal	Paraje	Lote	Maderista	Fecha aprovech.	Sup (ha)
Dorrao	Roble del país	1a, 2a, 3a	Askidi-Berroeta	2020	García Varona	verano	4,5



### **Selección de los pies que serán árboles tipo**

La selección de árboles tipo a escanear y medir por trozas se realizó entre los árboles que serán apeados por el maderista adjudicatario del lote de madera vendido.

Los guardas de Gobierno de Navarra realizaron el señalamiento pie a pie de estas zonas, pero en el estadillo de marcación figuran todos los árboles del lote marcado, es decir, una zona mucho mayor que el área a escanear.

Por ello, fue necesario ir al monte y posicionar con GPS todos los pies marcados para su corta en la zona de escaneo, es decir, aquellos que contaban con chaspe en su corteza y base. La posición GPS de los árboles se ha levantado con el sensor de la tableta de campo, es decir que pueden presentar un error de varios metros. Este nivel de error es compatible con los objetivos (conocer la distribución de los pies en la zona de escaneo; poder volver a encontrar los árboles señalados y el número de pies marcados).

En Dorrao, existían 340 árboles de roble del país marcados por los guardas dentro de la zona de escaneo.

A cada uno de estos pies, se le asignó un identificador correlativo y se anotaron los siguientes datos:

- Identificador.
- Especie.
- Diámetro normal a 1,30m.
- Conformación.
- Número de marcación por GN (en caso de existir).
- Observaciones, (incluyendo si se encuentra en el borde de la zona de escaneo).
- Posición GPS.

El resultado de dicho trabajo de campo fue la obtención de la localización de todos los pies marcados por el guarderío en cada una de las zonas de escaneo.

Teniendo identificados los 340 árboles marcados por el guarderío de Gobierno de Navarra dentro de la zona a escanear, se procedió a seleccionar entre ellos a los que serían árboles tipo, es decir, los que se apearán y medirán por trozas para su cubicación real.

Para la selección de los árboles tipo se realizó un muestreo 3P, es decir, un muestreo aleatorio proporcional a la predicción. En este método, cada árbol de la población tiene la posibilidad de ser elegido para pertenecer a la muestra (árboles tipo) con una probabilidad proporcional a una medida o valor arbitrario asignado al pie por métodos sencillos. Se utilizó como valor de selección el volumen calculado con tarifa de una entrada.

### **Escaneo de los árboles tipo y de las zonas de trabajo**

El escaneo completo se realizó en dos fases con el objetivo de asegurar el adecuado escaneo de los árboles tipo: escaneo de los árboles tipo siguiendo un recorrido y orden previamente establecido, escaneo completo de la zona de trabajo.



En ambos casos, se dividió el escaneo en dos partes, con el objeto de crear archivos de datos que no cuenten con demasiado tamaño y de esa forma facilitar el procesado posterior.

- Escaneo de árboles tipo: En cada una de las zonas de trabajo, se planificaron dos recorridos ordenados en los que realizar el trayecto de escaneo de los árboles tipo. En dicho trabajo, se avanzaba de un árbol tipo a otro, rodeando cada uno de ellos con el objeto de que quedara bien cubierto con puntos de escaneo. Cada uno de los recorridos se procuraba que tuviera aproximadamente la mitad de los árboles tipo.
- Escaneo de rodales completos: Se realizó después del escaneo total de las zonas de trabajo. Cada una de las zonas de escaneo se dividió en dos partes, con el objetivo de facilitar el procesado posterior y evitar problemas con los archivos de puntos laser. Se tomaron al menos tres “reference point” en cada una de las zonas de escaneo.

### **Medición de los árboles tipo apeados**

Una vez realizado el escaneo y apeados los árboles tipo por el maderista adjudicatario del aprovechamiento, se procedió a la medición de los árboles tipo ya en el suelo.

Sobre cada árbol apeado, se midieron los diámetros a lo largo de todo el fuste, hasta la copa. En el caso de árboles que se bifurcan, se anotó si la troza corresponde a la bifurcación 1, 2, etc. Se delimitaron trozas de 1m de longitud, de las cuales se midió el diámetro en la mitad de la troza. La longitud de la última troza podría ser menor a 1m, en cuyo caso se anotó la longitud de esta troza y se midió el diámetro a la mitad de esta. También se tomaron datos de altura total del árbol, su altura de fuste, y la altura del tocón, y diámetro a 1,30m en cruz y el espesor de la corteza en el tocón.

### **Análisis de datos**

Los pasos seguidos para alcanzar los objetivos propuestos se resumen en el siguiente listado:

- Análisis exploratorio.
- Estadística descriptiva.
- Comparación de los orígenes de datos.
- Selección del modelo de curva de perfil.
- Análisis de las diferencias entre orígenes de datos.

Los dos orígenes de datos se han identificado como “arboles\_tipo” en el apeo de árboles tipo y “LiDAR” en la medición con GeoSlam.

### **Análisis exploratorio**

Los datos se han evaluado gráficamente para detectar errores groseros. Se han revisado los gráficos boxplot de las variables de interés y se han considerados como anómalos los que están fuera del intervalo con límite superior tercer cuartil



más dos veces el rango intercuartílico y límite inferior el primer cuartil menos dos veces el rango intercuartílico,  $[q_{0,25}-1.5 \cdot IQR; q_{0,75}+1.5 \cdot IQR]$  (IQR rango intercuartílico,  $q_{0,25}$  primer cuartil,  $q_{0,75}$  tercer cuartil).

### **Estadística descriptiva. Árboles**

La muestra de árboles se compone de 34 árboles tipo apeados y 611 árboles escaneados en cuatro zonas, identificadas como LIDAR1 a LIDAR4. Se han elaborado estadísticos de centralidad y dispersión junto con gráficos de distribución.

### **Estadística descriptiva. Trozas.**

De los árboles tipos se han obtenido 738 trozas. De los árboles escaneados se cuenta con 7448 trozas, son el 37% de las disponibles.

### **Comparación de los orígenes de datos**

Uno de los objetivos es emplear los árboles escaneados para construir las ecuaciones de perfil y comprobar su fiabilidad sobre las mediciones en árboles apeados.

Un requisito para poder utilizar distintas fuentes de datos en las fases de entrenamiento y testado del modelo es que ambos conjuntos procedan de una población homogénea. Para testar esta hipótesis se han comparado las distribuciones de las variables altura y diámetro y de la relación diámetro /altura mediante gráficos boxplot y violín.

En la misma línea, se han comparado las relaciones entre diámetro relativo (diámetro troza/diámetro normal) y altura relativa (altura troza/altura total). En el gráfico correspondiente se incluye el ajuste de una curva spline con factor de suavizado 0.3.

### **Selección del modelo de curva de perfil**

Una vez determinado el origen de datos a emplear, se identifican datos anómalos según la metodología de Bi (2000). Las variables sobre las que se realiza este análisis son altura y diámetro relativos. Mediante el ajuste de un modelo LOESS con un factor de suavizado 0,3 se crea una curva promedio de la distribución de los pares altura relativa, diámetro relativo. La curva se divide en 10 clases de altura relativa y en cada clase se crea una banda de confianza desde el valor predicho con límite superior tercer cuartil más dos veces el rango intercuartílico y límite inferior el primer cuartil menos dos veces el rango intercuartílico. Se consideran anómalos los datos fuera de esta banda.

La modelización de las ecuaciones de perfil cuenta con una amplia literatura. Entre los modelos más empleados están los de STUD (DAQUITAINE et al., 1999), BIGING (1984), BI (2000), FANG et al. (2000) y KOZAK (2004). Todos los modelos han dado buenos resultados en numerosas especies y situaciones, aunque el modelo de FANG et al. (2000) presenta la ventaja de ser un sistema compatible de ecuación de perfil y de volumen.

Los modelos se ajustaron mediante regresión no lineal por mínimos cuadrados con



el algoritmo de Levenberg-Marquardt. Los valores iniciales se obtuvieron del trabajo de ecuaciones de Quercus rubra elaborado por el Gobierno de Navarra (GÓMEZ-GARCÍA et al., 2024). Se ha empleado la librería minpack.lm del programa estadístico R (ELZHOV et al., 2023), (R CORE TEAM, 2023).

Para evaluar la calidad del ajuste de los modelos en términos de precisión y robustez se ha empleado el sistema de validación cruzada repetida. Este sistema es interesante en conjuntos de datos con pocos individuos porque permite caracterizar la variabilidad del error del ajuste, no sólo el valor medio del error. Esto implica que se puede estimar el rango del error y en particular el máximo error que es previsible cometer en el ajuste. La ventaja de este método deriva de testar el modelo sobre un conjunto distinto del de ajuste.

Por el tamaño de la muestra se ha dividido en 3 grupos, se han empleado cada vez dos tercios de los datos para el entrenamiento y un tercio para el testado. Cada validación se repite 5 veces, con lo que se cuenta con 15 evaluaciones.

Para seleccionar el modelo más adecuado se calculan los estadísticos habituales de ajuste ( $R^2$ , REMC, AIC, BIC).

También se comprueba la significación de los parámetros de los modelos y los gráficos de residuos contra predichos y de observados contra predichos.

El análisis de la capacidad de ajuste de los diferentes modelos evaluados se basó en comparaciones numéricas y gráficas de los residuos. Se emplearon tres estadísticos ampliamente utilizados en modelización: el sesgo ( $e$ ), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ).

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \bar{y})^2}$$

Donde  $y_i$ ,  $\hat{y}$  e  $\bar{y}$  son, respectivamente, los valores observados, predichos y medio de la variable dependiente,  $n$  es el número total de observaciones y  $p$  el número de parámetros del modelo ajustado. Los valores de  $e$  y REMC se calcularon tanto en valor real como normalizado (es decir, el porcentaje con respecto a la media de la variable dependiente).

Se calcularon los estadísticos para evaluar la estimación de la variable dependiente (el diámetro a diferentes alturas,  $d$ )



### Corrección entre orígenes de datos

La comparación entre orígenes de datos refleja diferencias que impiden agruparlos en una población homogénea (ver apartado de Resultados).

Se han evaluado dos vías para corregir estas diferencias. Para ello se combina la precisión de los datos de árboles apeados con el volumen de datos capturados con LIDAR.

- Filtrado

Las diferencias se dan en trozas escaneadas a partir de los 14-16 m. Las trozas de mayor valor están en la parte inferior del árbol, por lo que se plantea la posibilidad de ajustar una curva de perfil con los datos escaneados hasta la altura en la que divergen de las mediciones de árboles apeados y comprobar los resultados sobre estos mismos árboles.

Para ello, se analiza el efecto de dos filtros, la altura relativa y el multiplicador del rango de detección de outliers.

- Altura relativa: Distintos valores de altura relativa marcan la altura en la que los resultados son válidos, por lo que se puede esperar que, por debajo de cierto valor de altura relativa, las trozas escaneadas generen una ecuación de perfil útil para explicar la forma de los árboles apeados. El rango de altura relativa evaluado es 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9
- Multiplicador del rango de detección de outliers: Es el coeficiente que multiplica al rango intercuartílico a la hora de definir la banda de confianza que determina los valores a retener para el análisis (ver apartado de *Selección del modelo de curva de perfil*). Este multiplicador es habitualmente 2. Es esperable que disminuir este parámetro elimine valores alejados del conjunto de la distribución que distorsionan el ajuste. En la Figura 4 se puede observar esta dispersión. Los valores evaluados son 1.5 y 2.0.

Para cada combinación de altura relativa y multiplicador se aplican los dos filtros correspondientes al conjunto de trozas escaneadas, se ajusta el modelo elegido en el apartado de Resultados (FANG et al., 2000) y se comprueba su capacidad predictiva sobre las trozas de los árboles apeados con altura menor o igual a 14 m. Se opta por esta altura como límite de la validez de escaneo, a raíz de los resultados del análisis gráfico previo.

Por último, se calculan los estadísticos de ajuste sesgo ( $e$ ), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ).

- Corrección del sesgo

En la Figura 4 se observa que la diferencia en los perfiles diámetro relativo – altura relativa está sesgada en dos zonas. (FANG & STRIMBU, 2017) proponen corregir el sesgo en la estimación del diámetro mediante un modelo lineal que predice el sesgo para cada altura de troza mediante un modelo lineal función del diámetro normal y la altura relativa (Eq. 1). En esta línea, se propone calcular el sesgo por alturas a partir de la aplicación de una curva de perfil ajustada con los datos escaneados, sobre una muestra de los árboles apeados. La metodología y el modelo elegido para la curva de perfil son los mismos que los desarrollados para los árboles apeados. Posteriormente, en los árboles apeados que no se han incluido en la muestra, se aplica el modelo lineal para corregir las predicciones de la curva de perfil.



$$\text{Sesgo}_{hi} = f(d_{\text{normal}}, \text{altura relativa}) \text{ (Eq 1)}$$

Donde Sesgo\_hi es el sesgo resultante de aplicar una curva de perfil a un conjunto de n árboles apeados, a una altura hi.

Se repite este proceso 100 veces para tres tamaños de muestra, 10, 15 y 20 árboles. Cada repetición se evalúa mediante los estadísticos de ajuste sesgo (e), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>).

4. **Resultados Estadística descriptiva. Árboles** Los estadísticos de centralidad y dispersión se recogen en la Tabla 2 y en la Figura 1. Se diferencian los árboles tipos y los escaneados con Geoslam, en cuatro zonas (LIDAR1 a LIDAR4). *Tabla 2. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal (DBH, cm) y altura total (Ht, m) medidas en árboles*

grupo		cuenta	mínimo	media	máximo	desv típica	1er cuartil	3er cuartil
LIDAR1	DBH	145	20.5	51.4	94	12.4	42.0	59.0
LIDAR2	DBH	159	28.5	51.1	94.2	12.2	41.8	58.2
LIDAR3	DBH	114	26.5	50.3	83.0	10.8	42.1	55.5
LIDAR4	DBH	193	27.0	48.9	82.0	10.4	41.0	55.5
arboles_tipo	DBH	34	34.5	50.4	72.5	9.5	43.0	54.8
LIDAR1	Ht	145	16.3	31.8	36.7	3.1	31.0	33.9
LIDAR2	Ht	159	22.9	32.2	36.6	2.8	30.5	34.0
LIDAR3	Ht	114	15.3	29.8	34.5	3.2	28.0	32.0
LIDAR4	Ht	193	16.4	27.4	34.2	3.0	26.0	29.4
arboles_tipo	Ht	34	19.5	27.0	34.3	2.8	25.5	28.7

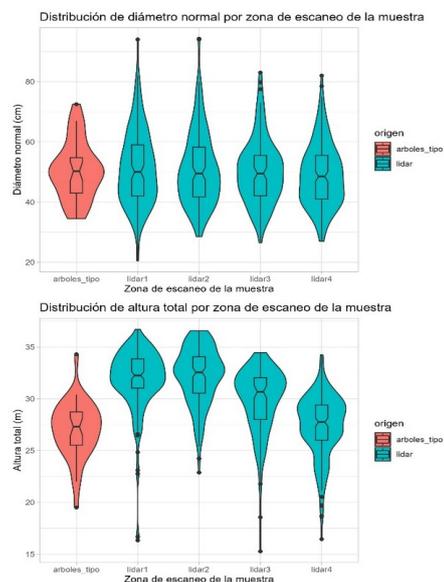




Figura 1. Árboles. Comparación de la distribución de diámetro normal y altura

**Estadística descriptiva. Trozas**

En la Tabla 3 y en la Figura 2 se resumen las variables diámetro y altura para las trozas.

Tabla 3. Estadísticos descriptivos de las variables diámetro normal (D, cm) y altura total (H, m) medidas en trozas

Origen: árboles tipo				
Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desv. típica
D	34.9	7.5	80	13.7
H	13	0.5	30.5	7.7
N_Secciones/árbol	25.4	16	31	3.6
Origen: GeoSlam				
Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desv. típica
D	42.6	14	107	10.8
H	7.9	0.8	29.8	6.2
N_Secciones/árbol	12.2	6	26	4.2

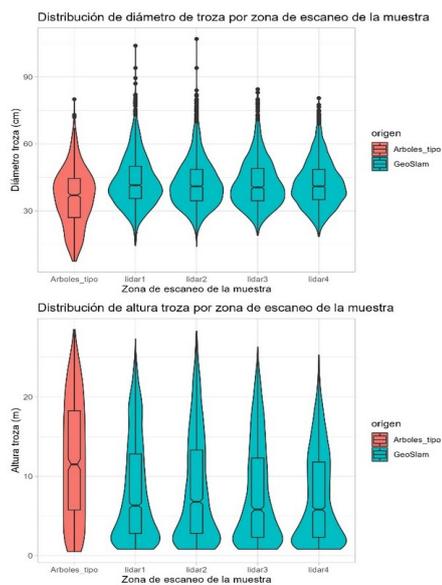


Figura 2. Trozas. Comparación de la distribución de diámetro normal y altura

### Comparación de los orígenes de datos

Las Figuras 1 y 2 indican que las diferencias entre ambos orígenes son evidentes para la variable altura total. El número de trozas según origen es muy distinto y las alturas de las trozas no se han tomado sobre los mismos intervalos (los árboles tipo se miden cada metro del desde el suelo, los escaneados en los decimales x.3 o x.8 de cada metro (0.8; 1.8, 2.8 o 1.3, 2.3, 3.3...), sin embargo, la distribución debería tener un perfil similar. Se puede observar que la distribución de diámetros es razonablemente similar pero la de alturas difiere tanto en el rango de distribución como en su perfil. La diferencia más obvia es la distribución de alturas centrada en valores bajos en el caso del escaneado, frente a los árboles tipo que cuentan con un perfil más simétrico.

Un análisis gráfico más detallado (Figura 3), el de la relación altura/diámetro indica que es a partir de los 14-16m de altura cuando las diferencias se hacen más evidentes. Es decir, no sólo hay menos valores de trozas altas en GeoSlam, también parece que el diámetro en esas trozas está sobredimensionado.

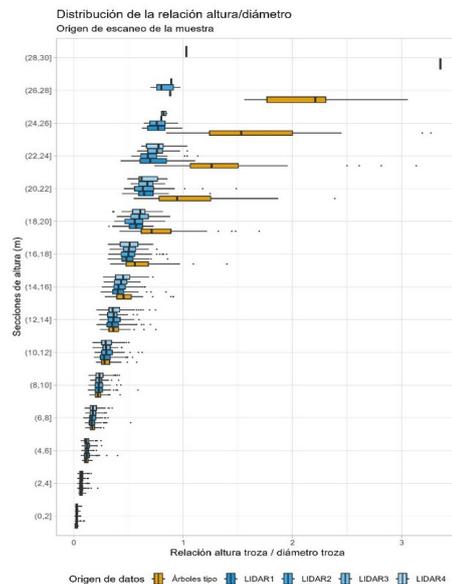
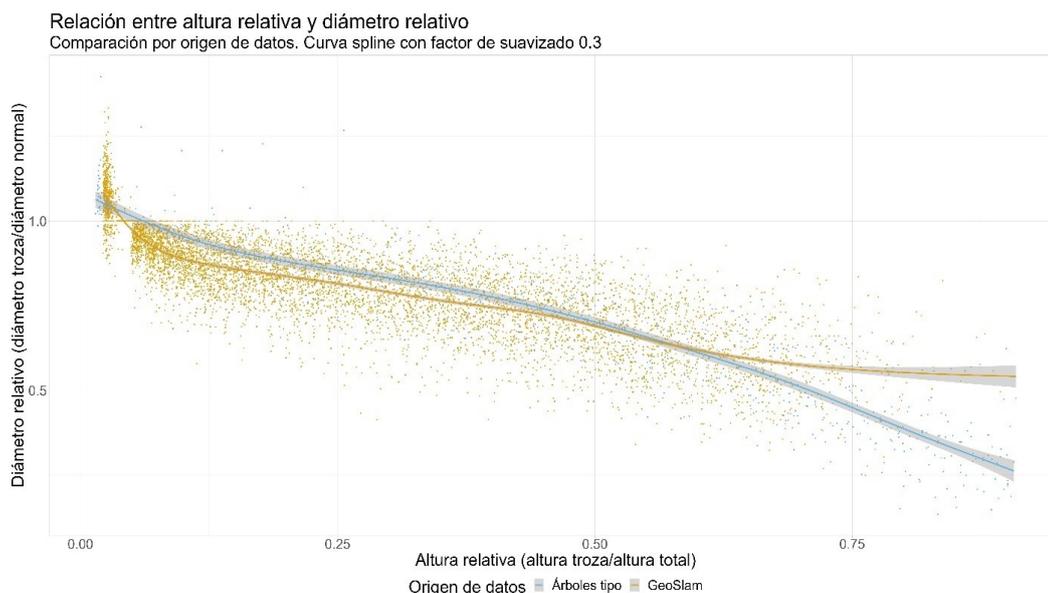


Figura 3. Evolución de la relación altura/diámetro según la altura de la troza, por orígenes

La diferencia en la forma de ambos orígenes de datos en la parte superior de la troza, también se puede observar en la relación entre diámetros y alturas relativos (Figura 4).



*Figura 4. Comparación de la forma de los árboles según el método de medición, a partir de las diámetro y alturas relativos*

### Selección del modelo de curva de perfil

A la vista de los resultados del apartado anterior, los datos de ambos orígenes se pueden considerar similares hasta una altura de 14-16 m. A partir de esta altura el perfil del tronco cambia en función del sistema de toma de datos. Se considera por lo tanto construir las curvas de perfil y las ecuaciones de volumen con los árboles tipo y analizar en qué medida se podrían construir estas ecuaciones con los datos de escaneado.

#### Depuración de datos

Tras la aplicación del método de BI, tan sólo un 1% de los datos se pueden considerar anómalos.

#### Comparación de modelos

Los ajustes son correctos para todos los modelos, pero desde un punto de vista práctico se opta por seleccionar el modelo de FANG. Esta decisión tiene en cuenta que es un modelo compatible con el volumen y esto facilita el cálculo del volumen total y le da robustez al sistema. Además, el resultado de la validación cruzada respecto al parámetro REMC distingue tres modelos con un error mayor, las dos formulaciones del modelo de BIGING y el de STUD. Entre los tres restantes el mejor es Bi, pero las diferencias son pequeñas (Tabla 4)

Este modelo también es el seleccionado por (BARRIO ANTA et al., 2007) para el roble en Galicia.

*Tabla 4. Rangos de REMC (raíz del error medio cuadrático) del proceso de validación cruzada*



Modelo	mínimo	cuartil 0,25	mediana	cuartil 0,75	máximo
Bi, 2000	3,2	3,5	3,6	3,8	4,2
Biging, 1984, 2 parámetros	3,6	3,9	4,1	4,2	4,7
Biging, 1984, 3 parámetros	3,6	3,9	4,1	4,2	4,7
Fang, 2000	3,3	3,6	3,8	4	4,3
Kozak, 2004	3,2	3,5	3,6	3,9	4,2
Stud, 1999	3,6	3,8	4	4,2	4,6

Función de perfil (FANG et al., 2000)

El análisis de residuos del modelo seleccionado indica la presencia de autocorrelación entre valores, habitual en los análisis de perfil porque las trozas se miden consecutivamente en el mismo árbol. La modelización mediante una estructura autoregresiva de orden 2 elimina la autocorrelación entre los residuos, según se observa en la Figura 5.

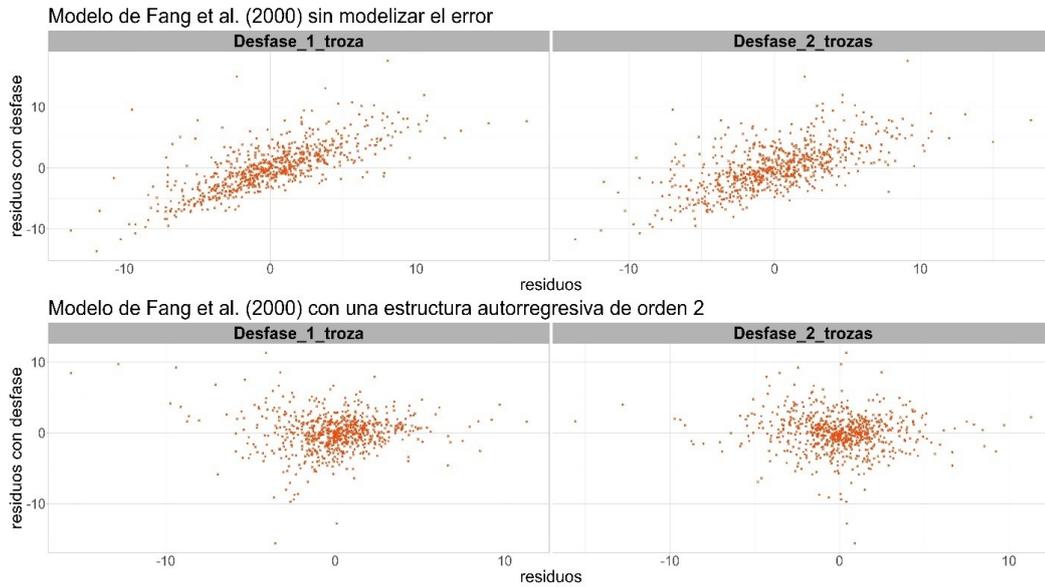


Figura 5. Modelo Fang (2000). Efecto de la modelización autoregresiva del error

Los coeficientes del ajuste se resumen en la Tabla 5. La expresión del modelo de FANG et al. (2000) es:

1.	
a.	
donde	$\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; 0 \text{ en caso contrario} \\ I_2 = 1 \text{ si } p_1 < q \leq 1; 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$
	$p_1 = h_1/H$ y $p_2 = h_2/H$ (alturas relativas desde el suelo a las que se producen los dos puntos de unión que supone el modelo, el

	primero próximo a la altura normal y el segundo en una posición más elevada del tronco)

Notación:

D = diámetro normal con corteza (1,3 m sobre el suelo, cm);

d = diámetro del tronco con corteza a la altura h (cm);

H = altura total del árbol (m);

h = altura sobre el nivel del suelo hasta el punto en el que el diámetro es d (m);

hst = altura del tocón (m);

a<sub>0</sub>-a<sub>2</sub>, b<sub>1</sub>-b<sub>3</sub>, p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub> = parámetros;

k =  $\pi/40000$ , factor para transformar diámetros al cuadrado en cm<sup>2</sup> en secciones en m<sup>2</sup>;

q = hH.

*Tabla 5. Estimación de parámetros y contrastes de significación aproximados en el ajuste de la función de perfil de FANG et al. (2000), con una estructura autorregresiva de orden 2, AR(2), para Quercus robur L. en Navarra.*

Parámetro	Estimación	Error estándar aprox.	t - valor	Prob (>  t ) aprox.
a <sub>0</sub>	0,000166	0,000089	1,8661	0,062394
a <sub>1</sub>	1,727981	0,086452	19,9877	< 0,0001
a <sub>2</sub>	0,871721	0,158470	5,5008	< 0,0001
b <sub>1</sub>	0,000011	0,000001	11,7743	< 0,0001
b <sub>2</sub>	0,00004	0,000002	25,6651	< 0,0001
b <sub>3</sub>	0,000034	0,000001	33,0457	< 0,0001
p <sub>1</sub>	0,057737	0,004464	12,9325	< 0,0001
p <sub>2</sub>	0,483178	0,038596	12,5189	< 0,0001
ρ <sub>1</sub>	0,595032	0,035729	16,6540	< 0,0001
ρ <sub>2</sub>	0,227900	0,037333	6,1044	< 0,0001

Los estadísticos de ajuste (Tabla 6) y los gráficos de residuos (Figura 6) indican que el modelo de FANG et al (2000) se ajusta correctamente a los datos. El coeficiente de determinación es comparable al obtenido por (BARRIO ANTA et al., 2007), aunque el error es mayor (3.92 frente a 0.06 cm), si bien estos autores utilizaron gran cantidad de datos (251 árboles). m

*Tabla 6. Estadísticos de bondad de ajuste de la función de perfil de FANG et al. (2000) para Quercus robur L. en Navarra*

Modelo	e	e (%)	REMC	REMC (%)	R <sup>2</sup>
--------	---	-------	------	----------	----------------

Fang et al. (2000)	0,0544	0,1522	3,924	10,978	0,9032
--------------------	--------	--------	-------	--------	--------

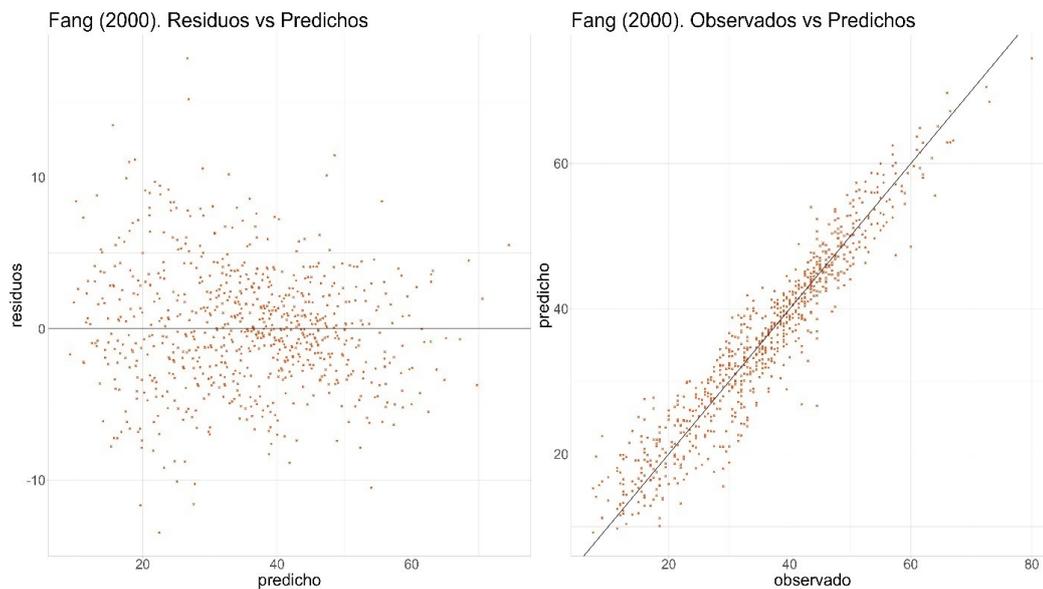


Figura 6. Gráficos de ajuste de residuos para el modelo del Fang (2000)

### Corrección entre orígenes de datos

- Filtrado

Los parámetros de ajuste (Tabla 7) indican que los modelos de trozas escaneadas presentan sesgo negativo. Una de las combinaciones de altura relativa y multiplicador alcanza un sesgo por debajo del 5% (altura relativa  $\leq 0.5$  y multiplicador 1.5). El error en este caso es comparable en porcentaje al del modelo de árboles apeados (Tabla 6). El coeficiente de determinación indica que la varianza explicada está entre el 60 y el 77%. Es menor que la del ajuste de árboles apeados (90%), aunque en este caso se trata de una muestra independiente, por lo que se puede considerar un resultado razonable.

Se comprueba que los filtros aplicados subsanan en parte las diferencias entre los orígenes de datos observados en la Figura 4, en particular los asociados a los valores superiores de altura relativa. El sesgo que se observa en la parte izquierda se elimina en parte con el filtro del multiplicador, pero parece necesario aplicar este tipo de filtrado con otros criterios, probablemente mediante un modelo que aplique el filtrado de multiplicador dependiendo de las variables diámetro relativo y altura relativa.

Tabla 7. Estadísticos de la predicción del diámetro de las trozas de árboles apeados a partir de modelos construidos con las trozas escaneadas y filtrados por altura relativa y multiplicador del rango intercuartílico

Altura relativa	Multiplicador	e	e(%)	REMC	REMC(%)	R <sup>2</sup>
0.5	1.5	-1.5747	-3.6586	4.497	10.448	0,7718
0.6	1.5	-2.323	-5.3972	4.96	11.524	0,7223
0.7	1.5	-2.3912	-5.5556	5.039	11.707	0,7135
0.8	1.5	-2.7234	-6.3275	5.286	12.281	0,6846
0.9	1.5	-2.9347	-6.8184	5.421	12.595	0,6683
0.5	2	-2.2633	-5.2585	4.936	11.468	0,7251
0.6	2	-2.9229	-6.7910	5.384	12.509	0,6729
0.7	2	-3.5428	-8.2312	5.892	13.689	0,6082
0.8	2	-3.5941	-8.3504	5.934	13.787	0,6026
0.9	2	-3.6449	-8.4684	5.975	13.882	0,5970

- Corrección del sesgo

La curva de perfil se ha ajustado según el modelo de FANG et al (2000) con todas las trozas de los árboles escaneados tiene los estadísticos de la Tabla 8. El sesgo es importante, se observa que no llega a explicar la mayor parte de la variabilidad y el error es elevado. La dispersión en la distribución del diámetro de las trozas en los árboles más gruesos y altos distorsiona el modelo y genera un sesgo elevado, en comparación con el modelo análogo elaborado con los árboles apeados.

*Tabla 8. Estadísticos de bondad de ajuste de la función de perfil de FANG et al. (2000) para Quercus robur L. en Navarra con todas las trozas de los árboles escaneados*

Modelo	e	e (%)	REMC	REMC (%)	R <sup>2</sup>
Fang et al. (2000)	-5.4135	-12.7337	8.149	19.168	0,4279

La aplicación del modelo de corrección de sesgo y su validación sobre las trozas de árboles escaneados mejora con claridad el sesgo y en menor medida el error (Tabla 9, Figura 7). Aunque no se consigue eliminar por completo el sesgo, se aproxima suficiente al del modelo de árboles apeados (Tabla 6) y no es necesario contar con una muestra grande para el ajuste, en este caso 10 árboles parecen suficientes. El error está un 6% por encima. El objetivo del ajuste es el sesgo y aunque el error disminuye respecto al inicial (Tabla 8) no está en el entorno del que se alcanza con los árboles apeados. En cualquier caso, se puede considerar un error asumible teniendo en cuenta que se incluyen las trozas más altas y ocluidas.

*Tabla 9. Estadísticos de la predicción del diámetro de las trozas de árboles apeados a partir de modelos construidos con las trozas escaneadas y corregidos por sesgo*



estadístico	n_muestras	mínimo	cuartil 0,25	mediana	media	cuartil 0,75	máximo
e	10	-2.76	-1.08	-0.13	-0.06	1	3.92
e	15	-3.33	-1.16	-0.17	-0.1	0.84	3.55
e	20	-3.03	-1.02	-0.16	-0.11	0.82	4.08
e_perc	10	-7.81	-3.17	-0.37	-0.14	2.9	11.68
e_perc	15	-9.24	-3.27	-0.47	-0.24	2.41	10.84
e_perc	20	-8.44	-2.94	-0.48	-0.25	2.39	12.21
REMC	10	4.91	5.63	5.84	5.85	6.07	6.66
REMC	15	4.89	5.53	5.8	5.79	6.06	6.88
REMC	20	4.49	5.48	5.67	5.74	6.01	6.98
REMC_perc	10	14.35	16.18	16.89	16.92	17.49	19.73
REMC_perc	15	14.42	16.08	16.75	16.73	17.34	20.8
REMC_perc	20	13.5	15.78	16.51	16.53	17.19	20.89
R <sup>2</sup>	10	73.95	79.69	80.9	80.74	82.22	0,8645
R <sup>2</sup>	15	68.17	79.5	81.14	80.99	82.58	0,8593
R <sup>2</sup>	20	69.43	80.25	81.92	81.53	83.23	0,8628

Distribución de sesgo y error (%RMSE) para la predicción con ajuste por sesgo

Validación cruzada con 100 simulaciones por número de muestra

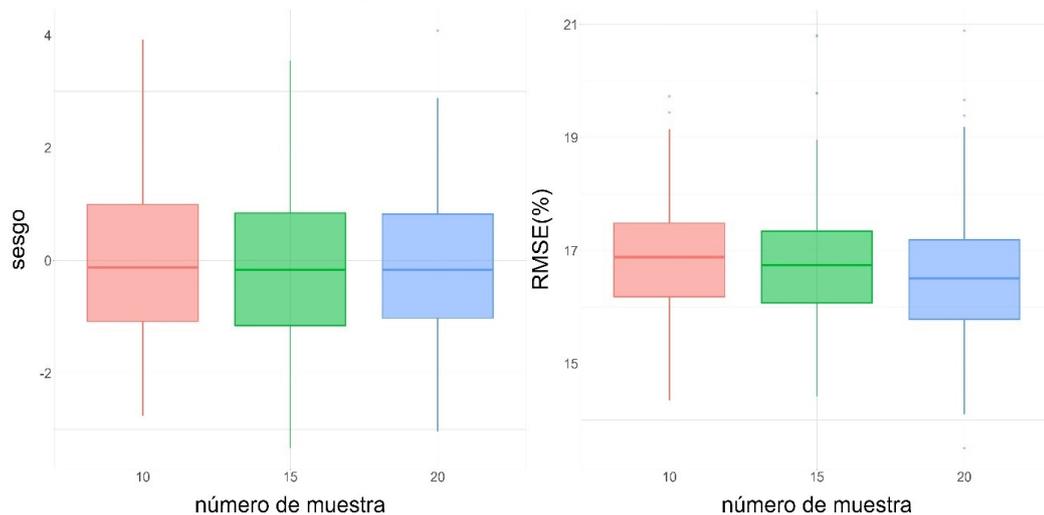


Figura 7. Validación del modelo de corrección del sesgo, según el tamaño de la muestra de validación

### 5. Discusión

El escaneo móvil permite capturar gran cantidad de datos en el monte de una forma rápida, flexible y no destructiva. Además de la altura y el perfil del diámetro a lo largo del tronco, la identificación automática de los árboles añade la distribución espacial y los parámetros de interés derivados, como la densidad o el área basimétrica.

La precisión de los datos depende en gran parte la fisonomía del monte, la distribución vertical y horizontal de la cobertura. La altura de los robles



escaneados varía entre 19.5 y 34.3 metros, y el diámetro entre 34.5 – 72.5 cm. Se trata por lo tanto de fustales, sin presencia de subpiso y con copas cerradas. La parte inferior del tronco se visualiza adecuadamente en la mayoría de los árboles, sin embargo, la fuerte ramificación simpódica del roble plantea el reto de visualizar adecuadamente el perfil de la parte del tronco oculto por la ramificación.

El estudio está centrado en un único monte. El intenso trabajo de preparación del muestreo y selección de árboles permite afirmar que la muestra de árboles escaneados representa adecuadamente la masa en la que se han apeado los árboles. Por lo tanto, la comparación de distribuciones de variables dasométricas debería ser similar en ambos sistemas de captura de datos. Sin embargo, el análisis gráfico indica que existen diferencias evidentes en la distribución de alturas. (TUPINAMBÁ-SIMÕES et al., 2024) obtuvieron datos precisos mediante el escaneado con un sistema de LIDAR móvil en la identificación de árboles y en la medición del diámetro normal en un bosque mixto que incluía *Quercus pyrenaica* Wild. Sin embargo, detectaron diferencias de hasta 2 m en la estimación de la altura total. Los factores que están detrás de los problemas de precisión en la estimación de alturas son la cobertura, forma de la copa, fenología y oclusión. (STOVALL et al., 2023) encuentran una situación similar aplicando un LiDAR terrestre a un monte mixto en el que aparece *Quercus rubra* L.

En situaciones como la descrita, combinar la precisión de la medición sobre árboles apeados con la capacidad de incorporar gran cantidad de mediciones que tiene el escaneo con LiDAR, puede ser un balance adecuado de esfuerzo y calidad del resultado.

En este sentido, se aborda la corrección del elevado sesgo de la curva de perfil construida con las trozas escaneadas. (FANG & STRIMBU, 2017) proponen la corrección del sesgo mediante un modelo lineal. Las variables independientes propuestas para este modelo son el error en la estimación del diámetro normal y la altura relativa. Requiere por lo tanto de la medición en campo del diámetro normal en una submuestra de árboles. Con la aplicación de este modelo no se elimina por completo el sesgo, pero se consiguen valores cercanos al sesgo nulo. Una muestra de 10 árboles apeados permite generar un modelo de corrección del sesgo que reduce el sesgo a una mediana de -0.13. El error en este caso es del 16.89% y no hay una mejora sustancial al aumentar el tamaño de muestra. Por otra parte, la muestra es aleatoria y previsiblemente el ajuste mejoraría si se siguiera un esquema de selección similar al empleado inicialmente para determinar los árboles a apear.

Una alternativa que no depende de una submuestra es filtrar las trozas escaneadas para eliminar los valores menos precisos. La parte superior del tronco es la parte más difícil de alcanzar para el escáner. Prescindir de esta parte mejora los resultados y aunque implica la pérdida de generalización que supone modelizar hasta el diámetro en punta delgada, el uso de modelos filtrados a la mitad o al 60% de la altura de los árboles permiten modelizar el perfil de la troza más valiosa del árbol. Un ejemplo de modelos que sólo abarcan la parte inferior del tronco son los de (TRINCADO et al., 1996), que desarrollan curvas de perfil para *Quercus robur* L acotando la altura del tronco en la base de la copa.

En la base del tronco también hay trozas alejadas del conjunto de la distribución y que conviene filtrar. La forma de la base del tronco del roble puede generar errores importantes, en particular en los árboles de mayor diámetro. (BARRIO



ANTA et al., 2007) encuentran mayores errores en la predicción del volumen en los robles grandes debido al perfil de la base. Para mejorar la precisión, proponen realizar más mediciones en la parte inferior del tronco, lo cual es viable si se cuenta con mediciones LiDAR.

La aplicación conjunta de filtrado por altura relativa y por definición de outliers conduce a modelos con errores cercanos al 10% aunque con sesgo.

De los dos modelos de corrección aplicados, el de corrección por sesgo se considera más general porque aprovecha la información de toda la longitud del árbol. La curva de perfil obtenida de las trozas escaneadas y posteriormente corregida por sesgo puede considerarse cercana a la obtenida por árboles apeados y sólo requiere de una muestra de 10 árboles apeados. Aunque existe una discrepancia del 6% en error respecto al modelo de árboles apeados, hay que indicar que el cálculo del error de la curva de árboles apeados se evalúa sobre la misma muestra de entrenamiento, por lo que el error puede ser superior al reflejado, y estar más cerca del obtenido con las trozas de árboles apeados.

## 6. Conclusiones

Se ha estudiado el empleo del LiDAR móvil para analizar el perfil de *Quercus robur* L. en un monte representativo de la distribución de la especie en Navarra.

La posibilidad de incorporar una gran muestra de árboles sin apearlos es una ventaja evidente.

La complejidad espacial de las copas genera falta de precisión en algunas secciones del tronco. Mediante un modelo de corrección del sesgo creado con una muestra de 10 árboles apeados se corrige casi por completo el sesgo y se mejora el porcentaje del error hasta cerca del 6%.

Después de ajustar varios modelos de función de perfil para *Quercus robur* L. en Navarra, se ha seleccionado el modelo de FANG et al. (2000).

7. **Agradecimientos** Los autores quieren expresar su agradecimiento al Servicio de Guarderío de Medio Ambiente de Gobierno de Navarra, a Francisco López Serrano de la Universidad de Castilla-La Mancha (UCLM), Campus de Albacete (Departamento de Ciencia y Tecnología Agroforestal y Genética) y a José Carlos García de Dielmo 3D.

## 8. Bibliografía

BARRIO ANTA, M.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; VON GADOW, K.; 2007. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. *Annals of Forest Science*, 64(5), Article 5. <https://doi.org/10.1051/forest:2007028>

BI, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus. *For. Sci.* 46: 397-409.



BIGING, G. 1984. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. *For. Sci.* 30(4): 1103–1117.

ELZHOV, T. V.; MULLEN, K. M.; SPIESS, A.-N.; BOLKER, B.; 2023. minpack.lm: R Interface to the Levenberg-Marquardt Nonlinear Least-Squares Algorithm Found in MINPACK, Plus Support for Bounds. <https://CRAN.R-project.org/package=minpack.lm>

FANG, Z.; BORDERS, B.E.; BAILEY, R.L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.

FANG, R.; STRIMBU, B. M.; 2017. Stem Measurements and Taper Modeling Using Photogrammetric Point Clouds. *Remote Sensing*, 9(7), Article 7. <https://doi.org/10.3390/rs9070716>

GÓMEZ-GARCÍA, E.; ALONSO PONCE, R.; PÉREZ-RODRÍGUEZ, F.; MOLINA TERRÉN, C.; 2024. A Preliminary System of Equations for Predicting Merchantable Whole-Tree Volume for the Decurrent Non-Native *Quercus rubra* L. Grown in Navarra (Northern Spain). *Forests*, 15(10), Article 10. <https://doi.org/10.3390/f15101698>

HARTLEY, H.O. 1961. The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear regression functions by least squares. *Technometrics* 3: 269-280.

KOZAK, A. 2004. My last words on taper functions. *For. Chron.* 80: 507-515.

R CORE TEAM.; 2023. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>

STOVALL, A. E. L.; MACFARLANE, D. W.; CRAWFORD, D.; JOVANOVIĆ, T.; FRANK, J.; BRACK, C.; 2023. Comparing mobile and terrestrial laser scanning for measuring and modelling tree stem taper. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 96(5), 705-717. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpad012>

TRINCADO, G.; GADOW, K. v.; TEWARI, V. P.; 1996. Comparison of Three Stem Profile Equations for *Quercus robur* L. *South African Forestry Journal*, 177(1), 23-29. <https://doi.org/10.1080/00382167.1996.9629715>

TUPINAMBÁ-SIMÕES, F.; PASCUAL, A.; GUERRA-HERNÁNDEZ, J.; ORDÓÑEZ, C.; DE CONTO, T.; BRAVO, F.; 2024. Accuracy of tree mapping based on hand-held laser scanning comparing leaf-on and leaf-off conditions in mixed forests. *Journal of Forestry Research*, 35(1), 93. <https://doi.org/10.1007/s11676-024-01747-1>